WŁADYSŁAW M. RZYMSKI, BARBARA WOLSKA

Politechnika Łódzka, Instytut Polimerów ul. Stefanowskiego 12/16, 90-924 Łódź e-mail: rzymski@ck-sg.p.lodz.pl

Struktura fizyczna i topologia sieci przestrzennych elastomeró $w^{*)}$

PHYSICAL STRUCTURE AND TOPOLOGY OF ELASTOMERS NETWORKS

Summary — Two groups of chosen models of elastomers networks have been discussed on the basis of literature data and own research results. The first group of models encloses: statistical theory of elasticity, Mooney-Rivlin model, model with constraints on chain and junctions, tube model by Heinrich, Straube and Helmis as well as Tschoegl model. They use simple experimental measurements of stress — strain dependence. However the concentration of chemical crosslinking joints of network, N_c , and crosslinking efficiency E_c , calculated for NR and IR cured with dicumyl peroxide (DCP) are much higher than the values resulting from the known mechanism of these elastomers curing with a peroxide ($E_{ct} = 2$) (Table 1, Figs. 3 and 4). In the second groups of models, by Charlesby—Pinner (concerning the rubber showing $M_w/M_n \approx 2$) and by Langley and Pearson (any value of M_w/M_n), there is necessary (for proper analysis) to do labour-consuming determinations of sol content as well as molecular weight and polydispersity of a rubber before curing, but this way determinated values of N_c and E_c , in case of curing NR and IR with DCP [($E_c = 1.8 - 2.0$), agree with theoretical values (Table 1)]. These methods can be recommended to complex analysis of physical structure and topology of a network. In networks of cured elastomers there are both the chemical and permanent topological joints. Their part in total number of network joint reaches up to 80% when chemical crosslinking degree is not high. Key words: networks of elastomers, chemical and topological joints, chain entanglement, comparison of network models, crosslinking efficiency.

Odkrycie wulkanizacji kauczuku naturalnego za pomocą siarki (Goodyear, 1839 r.) zapoczątkowało sieciowanie elastomerów — najstarszą ze znanych i stosowanych w skali przemysłowej metod chemicznej modyfikacji polimerów [1, 2]. Usieciowanie — poprzeczne wzajemne powiązanie liniowych lub rozgałęzionych makrocząsteczek kauczuku i utworzenie struktury topologicznej zwanej siecią przestrzenną — eliminuje ruchy translacyjne makrocząsteczek i nadaje produktowi przemiany (wulkanizatowi) zdolność do długotrwałego przenoszenia naprężeń, stanowiącą jedną z podstawowych cech materiału konstrukcyjnego. Analiza rodzaju i liczby elementów tworzących sieć, bez wnikania w ich budowę i sposób powstawania, prowadzi do opisu struktury i topologii sieci lub jej fizycznej mikrostruktury [3].

Budowa chemiczna elementów sieci oraz reakcje prowadzące do ich utworzenia są domeną chemii elastomerów. Kompleksowa analiza sieci wymaga łącznego rozpatrzenia mikrostruktury fizycznej i budowy chemicznej sieci oraz właściwości makroskopowych wulkanizatu, decydujących o jego przydatności w praktyce [4, 5].

W niniejszej publikacji stanowiącej przegląd literatury poświęconej wybranym modelom sieci oraz opublikowanych wcześniej wyników badań własnych, przedstawiamy metody analizy struktury i topologii sieci przestrzennych elastomerów niezawierających napełniaczy aktywnych, zwracając uwagę na korelację wyników oznaczań z dopuszczalną z chemicznego punktu widzenia wydajnością usieciowania. Istnienie lub brak takiej korelacji decyduje bowiem o pełnej bądź tylko ograniczonej przydatności modelu do analizy struktury fizycznej i topologii sieci.

^{*} Część wykladu wygloszonego na VII Profesorskich Warsztatach Naukowych "Przetwórstwo tworzyw polimerowych", Puszczykowo, 2—5 czerwca 2002 r.

ELEMENTY STRUKTURY FIZYCZNEJ I TOPOLOGII SIECI PRZESTRZENNYCH

Stężenie węzłów N o funkcyjności $f \ge 3$ oraz łańcuchów sieci n o ciężarze cząsteczkowym M_c , przy czym N = 2n/f oraz $n = 1/M_c$, to wielkości opisujące mikrostrukturę fizyczną sieci powstałej w wyniku poprzecznego powiązania makrocząsteczek kauczuku o początkowym ciężarze cząsteczkowym $M_n < \infty$. Węzeł sieci jest miejscem połączenia lub powiązania trzech bądź nawet większej liczby makrocząsteczek. W skład węzła sieci wlicza się mery oraz łączące je wiązania poprzeczne (mostki) o zróżnicowanej budowie i długości, np. C-S_{x(≥ 0)}-C. Łańcuch sieci oznacza odcinek makrocząsteczki związany końcami z dwoma węzłami [3, 6-12]. Początkowo przyjmowano, że w sieciach występują jedynie zlokalizowane, chemiczne węzły sieci o zróżnicowanej budowie i energii (kowalencyjne, kompleksowe, jonowe). W rzeczywistych sieciach, obok węzłów chemicznych, występują węzły niezlokalizowane – uwikłane splątania łańcuchów, określane mianem węzłów topologicznych (rys. 1). Dokładniejszy opis struktury



Rys. 1. Przekształcenie nieuwikłanego splątania łańcuchów w węzel uwikłany (topologiczny); punkty oznaczają węzły chemiczne

Fig. 1. Transformation of free entanglement of the chains into permanent (topological) joint; points mean chemical joints

i topologii sieci wymaga zatem znajomości stężenia chemicznych węzłów N_c i splątań łańcuchów e, w tym uwikłanych $N_{te} = eT_e$ i nieuwikłanych $e(1 - T_e)$ węzłów splątań, współczynnika uwikłania węzłów splątań T_e , stężenia wolnych końców łańcuchów $n_f = 1/M_{nt}$ i czynnika frontalnego g (ang. front factor), zwanego też mnożnikiem początkowym [9, 10]. Wielkości $e, eT_e, e(1 - T_e)$ oraz g noszą nazwę wielkości topologicznych; M_{nt} oznacza ciężar cząsteczkowy łańcucha kauczuku na danym etapie sieciowania. Jeśli sieciowaniu nie towarzyszy degradacja łańcuchów to $M_{nt} = M_n$, natomiast w innym przypadku $M_{nt} < M_n$.

RÓWNANIA KONSTYTUTYWNE

Podstawowym problemem jest powiązanie wielkości charakteryzujących mikrostrukturę sieci przestrzennej z właściwościami makroskopowymi usieciowanego kauczuku, najlepiej w postaci konstytutywnej zależności odkształcenia równowagowego $\lambda = l/l_o$ (l, l_o – odpowiednio, długość odcinka pomiarowego próbki obciążonej siłą P i nieobciążonej) od naprężenia σ , odniesionego do przekroju poprzecznego próbki nieodkształconej A_o (σ_o) lub odkształconej A (σ). Ze względu na izochoryczny charakter odkształcania elastomerów $A = A_0/\lambda$ i $\sigma = \sigma_0 \lambda$ [6, 7].

Opracowana w latach 1930—50 statystyczna teoria elastyczności (Mayer —1932; Kuhn, Mark, Guth — 1934; Wall — 1942; Flory, Rehner, Treloar — 1943), por. [3, 6, 9—12], wiąże odkształcenie równowagowe usieciowanego kauczuku z naprężeniem zredukowanym σ , odniesionym do przekroju próbki niespęcznionej A_0 :

$$\sigma^* = \sigma_o \frac{V_r^{\frac{1}{3}}}{\left(\lambda - \lambda^{-2}\right)} = g \left[\frac{\left\langle r^2 \right\rangle}{\left\langle r_o^2 \right\rangle}\right] w_a nRT = 2C_1 = G$$
(1)

gdzie: V_r — udział objętościowy żelu kauczukowego w badanej próbce, $\left[\frac{\langle r^2 \rangle}{\langle r_c^2 \rangle}\right]$ — czynnik pamięci (ang. memory term) iloraz $\left[\frac{\langle r^2 \rangle}{\langle r_c^2 \rangle}\right]$ średniej kwadratowej odległości końców łańcuchów w nieodkształconej sieci i w izolowanej, nieusieciowanej makrocząsteczce, przyjmowany jako równy 1; $w_a = 1 - 2M_c$ / M_{nt} — aktywna część sieci, R — stała gazowa, T — temperatura, $2C_1$ — pierwsza stała elastyczności, G — moduł elastyczności (lub sztywności) postaciowej.

W tym ujęciu, gdy T = const, G zależy jedynie od stężenia elastycznie aktywnych łańcuchów n, natomiast nie zależy od rodzaju kauczuku i sposobu powiązania makrocząsteczek w sieci oraz od odkształcenia próbki.

Zależność (1) wyprowadzono w odniesieniu do sieci idealnej, bez rozróżniania węzłów chemicznych i topologicznych, o czysto entropowym i afinicznym (g = 1) charakterze odkształcenia. Afiniczna deformacja oznacza, że przemieszczenia węzłów w odkształcanej sieci są zgodne z makroskopową deformacją próbki. Wymaga to całkowitego zahamowania swobody fluktuacji węzłów względem ich afinicznych położeń w odkształconej próbce. Defekty występujące w realnych sieciach przestrzennych (wolne końce łańcuchów, węzły o odmiennej funkcyjności i węzły topologiczne, rozrzut wartości M_n i M_c), niegaussowski rozkład odległości końców łańcucha w warunkach dużych λ , ograniczona odksztalcalność krótszych łańcuchów sieci oraz towarzyszące odkształcaniu elastomeru zmiany entalpii [13] powodują, że zależność (1) jest zgodna z wynikami badania próbek niespęcznionych ($V_r = 1$) jedynie do $\lambda < 1.3$. W przypadku próbek silnie spęcznionych ($V_r < 0.35$), lepiej spełniających założenia sieci idealnej, stosowalność równania (1) sięga $\lambda \sim 2 [3, 6, 11 - 13]$.

Naprężenie równowagowe przenoszą jedynie łańcuchy sieci łączące węzły chemiczne i topologiczne. Obliczona z zależności (1) gęstość sieci N = 2n/f, zwana fizyczną lub efektywną, jest sumą zawartości węzłów chemicznych N_c i topologicznych N_t . Do jej wyznaczania w praktyce od połowy lat 50. ubiegłego wieku powszechnie stosuje się półempiryczną zależność (2) Mooney'a— Rivlina [14, 15], liniową do $\lambda \approx 2,5$:

$$\sigma^* = \frac{\sigma_o}{\left(\lambda - \lambda^{-2}\right)} = 2C_1 + 2C_2\lambda^{-1} \tag{2}$$

o nachyleniu równym 2C₂. Ekstrapolacja liniowej części tej zależności do $1/\lambda = 0$ odcina rzędną początkową

równą 2C₁. Wyznaczony z równania (1) moduł G spęcznionych próbek usieciowanego kauczuku naturalnego (NR), badanych gdy $V_r = 1$ oraz gdy $V_r < 1$, okazał się zgodny z wynikami oznaczań stałej elastyczności 2C₁ z równania (2). Przyjęto więc, że stała 2C₁ wg zależności (2) jest tożsama z modułem elastyczności G w (1), por. [3, 11, 12, 16—18]. Charakter stałej 2C₂, mimo wieloletnich badań, dyskusji i bogatej literatury na ten temat, nie jest do końca wyjaśniony. Wartość 2C₂ maleje do zera gdy $V_r < 0,3$. Przyjmuje się, że 2C₂ jest miarą odchyleń sieci rzeczywistej od idealnej [17, 18] lub wpływu czynników topologicznych [16] na zachowanie się sieci rzeczywistej.

Prostota oznaczań (w wyniku okresowego lub ciągłego, z prędkością do 0,001 m/min, odkształcania próbki spęcznionej albo niespęcznionej i pomiaru odkształceń zbliżonych do równowagowych względem naprężenia), latwość obróbki matematycznej wyników oznaczań oraz brak konieczności przyjmowania innych założeń, są przyczynami powszechnego obecnie stosowania równania (2) do wyznaczania cfektywnego stężenia lańcuchów i węzłów sieci, z dokładnością do 5%.

Krytyka statystycznej teorii elastyczności, mały zakres jej stosowalności, a także odmienne zachowanie się sieci rzeczywistych i idealnych były przyczynami poszukiwania innych modeli sieci przestrzennych. James i Guth [19—21] oraz Flory [22—24] zaproponowali model sieci fantomowej, w której łańcuchy sieci mogą wzajemnie przenikać się, tj. są niematerialne. Oznacza to, że w wyniku fluktuacji węzły mogą przemieszczać się do położeń równowagowych niezależnie od fizycznej obecności łańcuchów polimeru.

Naprężenie w sieci fantomowej σ_{ph} w następujący sposób zależy od λ i parametrów sieci (por. [25]):

$$\sigma_{ph}^{*} = \sigma_{n} \frac{V_{r}^{\frac{1}{3}}}{(\lambda - \lambda^{-2})} = gnRTV_{rc}^{\frac{2}{3}} = \xi RTV_{rc}^{\frac{2}{3}}$$
(3)

gdy g = 1 - 2/f i $\xi = gn = (1 - 2/f)n$, natomiast w przypadku sieci afinicznej (g = 1):

$$\sigma_{af}^{*} = \sigma_{ij} \frac{V_{r}^{\frac{1}{3}}}{(\lambda - \lambda^{-2})} = nRTV_{R}^{\frac{2}{3}}$$
(4)

gdzie: V_{rc} — udział objętościowy kauczuku w próbce podczas jej sieciowania, ξ — rząd cykli, tj. liczba łańcuchów sieci w jednostce masy lub objętości, które należy przeciąć aby przekształcić rozpatrywaną sieć w pojedynczą makrocząsteczkę acykliczną; w idealnej sieci fantomowej, tj. bez defektów, n = $\xi/(1 - 2/f)$ [22—26].

Wyniki uzyskane za pomocą fantomowego modelu sieci nie są jednak zgodne z danymi doświadczalnymi oraz z wynikami uzyskanymi innymi metodami, w tym dotyczącymi kauczuku usieciowanego w stanie spęcznionym lub sieci badanej w stanie spęcznionym [27—29]. W związku z tym uważa się [25—30], że modele afiniczny i fantomowy są jedynie przybliżeniem skrajnie możliwych przypadków zachowania się sieci rzeczywistych: pierwszy w warunkach bardzo małych, a drugi — bardzo dużych λ .

Model sieci z ograniczoną fluktuacją węzłów i lańcuchów (ang. *constrained junction model*, *constrained chain model*), mniejszą niż w sieci fantomowej, jest nowszą propozycją Flory'ego i Ermana [31—34]. Ograniczenia fluktuacji są przypisywane czynnikom topologicznym, w tym splątaniom łańcuchów. Naprężenie zredukowane podczas odkształcania takiej sieci jest sumą naprężenia w hipotetycznej sieci fantomowej (σ_{pl}) o topologii identycznej z siecią rzeczywistą i naprężenia σ_t , wynikającego z oddziaływań rzeczywistych łańcuchów polimeru z siecią fantomową, tj. z czynnikami topologicznymi:

$$\sigma_{ph}^{*} = \sigma_{ph} \frac{V_{r}^{\frac{1}{3}}}{\left(\lambda - \lambda^{-2}\right)} = \sigma_{ph} + \sigma_{t} = \sigma_{ph} \left(1 + \frac{\sigma_{t}}{\sigma_{ph}}\right)$$
(5)

Iloraz σ_l / σ_{vh} poza zależnością od stopnia usieciowania [równ. (3), (4)], jest złożoną funkcją parametrów ξ i κ. Pierwszy z nich (ξ) uwzględnia nieafiniczny charakter transformacji domen ograniczeń fluktuacji węzłów ze zmianą λ , a drugi jest miarą efektywności ograniczeń fluktuacji węzłów splątań przez węzły fantomowe. Wykorzystując wielkości charakteryzujące kauczuk przed usieciowaniem i przyjmując *a priori* M_c, zatem i poszukiwaną wydajność usieciowania, można ξ i κ wstępnie obliczyć [35—37], a następnie uśrednić i zoptymalizować metodą najmniejszych kwadratów w odniesieniu do serii próbek o różnym stopniu usieciowania. Część wielkości koniecznych do wyznaczenia parametrów ξ i κ nie jest jednak znana z dostateczną dokładnością, albo nie jest dostępna eksperymentalnie. Z danych zamieszczonych w [26, 38] wynika jednoznacznie, że zgodność doświadczalnych zależności $\sigma - \lambda$ z obliczonymi na podstawie tego modelu można osiągnąć po przyjęciu wydajności sieciowania E_c cis-1,4-poliizoprenu (IR) równej 2,8—4,0 wiązań poprzecznych sieci na 1 cząsteczkę rozłożonego nadtlenku kumylu (DCP), w dodatku malejącej ze wzrostem stężenia nadtlenku. Taka wartość E_c oraz jej zmniejszanie się ze wzrostem stężenia nadtlenku są sprzeczne z zaakceptowanym mechanizmem sieciowania IR za pomocą DCP (por. dalszy tekst "Doświadczalna weryfikacja modeli"). Model sieci z ograniczoną fluktuacją węzłów trudno zatem uznać za zweryfikowany doświadczalnie [29, 30].

CHEMICZNE I TOPOLOGICZNE WĘZŁY SIECI

Oznaczone na podstawie równań (1)—(5) wartości nie określają zawartości węzłów chemicznych i topologicznych w badanych sieciach. Informacji na ten temat dostarczają zależności wynikające z teorii powstawania sieci (Flory, 1942; por. [6, 11, 39]). Wiążą one zawartość frakcji kauczuku niezwiązanego z siecią (frakcji zolu *S*) w usieciowanym kauczuku o znanym ciężarze cząsteczkowym i znanej jego polidyspersyjności (M_w/M_n), z chemicznym współczynnikiem usieciowania [δ lub γ, por. wzór (6b)]. Oznacza on liczbę miejsc powiązania makrocząsteczki, odpowiednio wagowo lub liczbowo średniej, wiązaniami chemicznymi z innymi makrocząsteczkami.

Statystyczny proces jednoczesnego powstawania chemicznych wiązań poprzecznych i degradacji łańcuchów o $M_w/M_n = 2$ określają następujące zależności (Charlesby i Pinner [39, 40]):

$$S + S^{\frac{1}{2}} = \frac{p}{q} + \frac{1}{qp_n}$$
 (6a)

$$\gamma = 2\delta = \left(\frac{p}{q} + S + S^{\frac{1}{2}}\right)^{-1} = \frac{M_{nt}}{M_{c,c}}$$
(6b)

$$\boldsymbol{M}_{c,c} = \left(\frac{\boldsymbol{M}_n}{w_a}\right) \left(\boldsymbol{S} + \boldsymbol{S}^{\frac{1}{2}} - \frac{p}{q}\right)$$
(6c)

$$w_{a} = (1 - S)^{2} (1 - 2\gamma S) (1 + \gamma S)$$
(6d)

gdzie: p, q — udział merów ulegających, odpowiednio, degradacji lub sieciowaniu względem ogólnej liczby merów w łańcuchu; p_n — liczbowo średni stopień polimeryzacji kauczuku; $M_{c,c}$ — liczbowo średni ciężar cząsteczkowy łańcucha sieci między węzłami chemicznymi.

Zastosowanie zależności (6a)—(6d) i wyznaczonych doświadczalnie wartości *S*, *M*_n, *w*_a, *p*/*q* umożliwia obliczenie *N*_c i chemicznej wydajności usieciowania *E*_c, ale tylko w przypadku kauczuku o $M_w/M_n \approx 2$ przed usieciowaniem. Liczba węzłów topologicznych jest zatem różnicą ogólnej zawartości węzłów, np. wg równań (1) oraz (2), i węzłów chemicznych, z założeniem $N = N_c + N_t$.

Jeśli efekt sieciowania i degradacji makrocząsteczek jest wprost proporcjonalny do stężenia substancji sieciującej [C], procesy te przebiegają ze stałą wydajnością i sieciowaniu towarzyszy umiarkowana tylko degradacja makrocząsteczek, to q = const [C]. W takim przypadku zależność $S+S^{1/2} = f(1/[C])$ jest liniowa, a jej ekstrapolacja do (1/[C]) = 0 umożliwia wyznaczenie udziału degradacji (p/q) w procesach sieciowania. Jeśli znana jest chemiczna wydajność sieciowania E_c , to z nachylenia prostej $S+S^{1/2}=f(1/[C])$ można obliczyć M_n kauczuku przed usieciowaniem. Stosując tę metodę w odniesieniu do mastykowanego na zimno kauczuku naturalnego (NR, typu SIR 5) lub IR ("Cariflex IR 305") i następnie usieciowanego za pomocą DCP wyznaczyliśmy [41, 42] odpowiednio $p/q = 0,0028 (\pm 0,0006)$ i 0,0346 $(\pm 0,0023)$ oraz obliczyliśmy M_n = 135 (±4) i 215 (±5) kg/mol. Metoda lepkościowa, łącząca wg [43, 44] graniczną liczbę lepkościową roztworów badanych kauczuków (NR, IR) z ich M_n, doprowadziła do bardzo bliskich wartości, równych odpowiednio M_n = 150,5 (±5) i 223,4 (±8) kg/mol.

Analiza zol/żel umożliwia też określenie wartości M_w/M_n badanego kauczuku, zwłaszcza w sytuacji, gdy wyznaczenie tego parametru innymi metodami lub ze względów aparaturowych nie jest możliwe. Według Scotta [45] zależność skorygowanej do p/q = 0 zawartości

zolu *S* od stężenia substancji sieciującej [C] jest liniowa w układzie współrzędnych log*S* — log[C], z nachyleniem równym –1/ ε , gdzie $\varepsilon = 1 - M_n/M_w$. Stosując tę metodę we wcześniejszych pracach [41, 42, 46, 47] wyznaczyliśmy $M_w/M_n = 2,16$ (±0,10); 2,16 (±0,12); 10,1 (±0,4); 2,24 (±0,15) odpowiednio w odniesieniu do mastykowanych na zimno NR (SIR 5), IR ("Cariflex IR 305"), BR ("Buna cis 132") oraz NBR ("Buna NB 192 HF", 27% mas. związanego akrylonitrylu). Według danych producenta (VEB Buna Werke Schkopau) w przypadku niemastykowanego *cis*-1,4-polibutadienu ("Buna cis 132") $M_w/M_n = 12,1$ —13,2.

Analiza powstawania żelu kauczukowego podczas statystycznego sieciowania z utworzeniem chemicznych węzłów tetrafunkcyjnych w kauczuku o dowolnej polidyspersyjności doprowadziła Langley'a [48, 49] do zależności (7)—(12) umożliwiających wyznaczenie wartości N_c , N_t , e, T_e oraz g:

$$1 - S = 2a \left[1 - \frac{1 - B^{b}}{yp_{n}} \right] - a^{2} \left[1 - 2\frac{1 - B^{b}}{yp_{n}} + B^{b+1} \right]$$
(7)

$$a = q \frac{\left(1 - S\right)}{\left[p + q\left(1 - S\right)\right]}$$
(8a)

$$y = p + q(1 - S) \tag{8b}$$

$$b = \left(\frac{M_w}{M_n} - 1\right)^{-1} \tag{8c}$$

$$B = \frac{b}{b + yp_n} \tag{9a}$$

$$T_e = a^4 \left(1 - 2\frac{1 - B^b}{yp_n} + B^{b+1} \right)^2$$
(9b)

$$gn_{c} = gq(1-S)\frac{T_{c}^{\frac{1}{2}}}{M_{o}}$$
(10a)

$$gn_c = \frac{q}{M_o} \tag{10b}$$

$$gn = gn_{c} + gn_{t} = gn_{c} + 2geT_{e} = \frac{2C_{1}}{RT}$$
(11)

$$\frac{gn}{T_e} = gq \frac{1-S}{M_o T_e^{\frac{1}{2}}} + 2ge$$
(12)

gdzie: n, n_c i n_l — odpowiednio ogólna zawartość aktywnych łańcuchów sieci oraz łańcuchów sieci pomiędzy węzlami chemicznymi lub topologicznymi (uwiklanymi węzlami splątań łańcuchów), M_0 — ciężar cząsteczkowy meru kauczuku.

Równania (7)—(10) rozwiązuje się metodą iteracji wartości q (znając p/q, p_n , M_o) do osiągnięcia zgodności obliczonej i wyznaczonej wartości S, a następnie oblicza się T_e i gn_c . W odniesieniu do serii próbek kauczuku usieciowanego zmienną ilością substancji sieciującej, gdy $N_c \sim [C]$, sporządza się wykres

$$\frac{gn}{T_c} = f\left(q\frac{1-S}{M_o T_c^{\frac{1}{2}}}\right)$$

[por. równ. (12)]. Jest on linią prostą o nachyleniu równym g (współczynnik frontalny) i rzędnej początkowej równej 2ge (rys. 2).



Rys. 2. Wykres Langley'a dotyczący NR usieciowanego nadtlenkiem kumylu

Fig. 2. Langley plot of NR cured with dicumyl peroxide

Jeśli sieć przestrzenna powstaje w wyniku polimeryzacji sieciującej nienasyconych merów kauczuku o dowolnej polidyspersyjności z utworzeniem polifunkcyjnych węzłów chemicznych (f > 4), to według Inokutiego oraz Pearsona i wsp. [50—52]:

$$S = T_i^{-3} \left[Q_z + p^2 T_i - Q_z \left(1 + \frac{T_i p_n}{b} \right)^{-b} + q^2 z^2 T_i \left(1 + \frac{T_i p_n}{b} \right)^{-b+1} \right]$$
(13)

$$T_i = qz + p \tag{14a}$$

$$Qz = \frac{2pqz}{p_n}$$
(14b)

$$z = 1 - Si^{3}[1 - (1 - i)S]^{-3}$$
(14c)

$$q = 2(i^{-1} + 1)CM_{0}$$
(14d)

$$T_e = a^4 \{1 - 2y^{-1} p_n^{-1} [1 - b(b + yp_n)^{-1}]^b + [b(b + p_n)^{-1}]^{b+1} \}^2$$
(15)

gdzie: i^{-1} — długość kinetycznego łańcucha propagacji.

Przyjmuje się, że terminacja jest wynikiem rekombinacji. Rozwiązanie równań (13)—(15) metodą iteracji wartości $q = 2(i^{-1} + 1)CM_o$ aż do osiągnięcia zgodności obliczonych wg (13) i wyznaczonych doświadczalnie wartości *S* prowadzi do poszukiwanych *q*, *p* i *T_e*. Wartości *g*, *e*, *gn*, *gn_c i gn_t* wyznacza się podobnie jak w przypadku sieci tetrafunkcyjnej. Postępując w ten sposób w pracach [41, 42, 46, 47, 53] wyznaczyliśmy współczynnik frontalny g i stężenie splątań łańcuchów e w NR, IR, BR, NBR i HNBR usieciowanych za pomocą DCP (tabela 1).

T a b e l a 1. Gęstość splątań łańcuchów *e*, współczynnik frontalny *g* oraz chemiczna wydajność usieciowania E_c wyznaczone na podstawie wybranych modeli sieci w odniesieniu do kauczuków usieciowanych nadtlenkiem kumylu [41, 42, 46, 47, 53]

T a ble 1. Density of chain entanglements (e), front factor (g) and efficiency of chemical crosslinking (E_c) determined on the basis of selected network models for rubber cured with dicumyl peroxide [41, 42, 46, 47, 53]

Kauczuk" Parametr	NR	IR	BR	NBR27	HNBR34
M _n , kg/mol	150,5	215,0	29,6	93,8	78,0
M_w/M_u	2,16	2,16	10,1	2,24	2,59
e, mol/kg	0,042 (±0,003)	0,043 (±0,003)	0,107 (±0,004)	0,040 (±0,0043	0,073 (±0,06)
g	0,98 (±0,04)	1,13 (±0,07)	0,96 (±0,04)	1,07 (±0,06)	0,56 (±0,05)
<i>p/q</i>	0,0028	0,0346	0,000	0,000	0,000
Model sieci:	Er, mole usieciowanych merów/mol DCP				
Teoretyczna wydajność					· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
usieciowania, E _{ct}	2,00	2,00	> 2	> 2	2,00
Langley i Pearson	1,97	1,81	8,0	2,9	1,92
Tschoegl	2,62	3,8—2,6	24—14	_	—
Heinrich, Straube, Helmis	3,16	4,7—3,0	32—18	_	_
Mooney—Rivlin	2,80	4,83,0	33—18	_	_
Charlesby—Pinner	1,86		_	_	_
Z ograniczoną fluktuacją węzłów, dane wg [26, 38]		5,6—8,0			

¹⁾ NR: SIR 5, oczyszczony metodą ekstrakcji [41, 42]; IR: "Cariflex IR 305", techniczny [41, 42]; BR: "Buna cis 132", techniczny [46, 47]; NBR27: "Buna NB 192 HF", techniczny [46, 47]; HNBR34: "Therban 1707", techniczny [53]. Liczby po symbolach NBR i HNBR oznaczają procentową zawartość związanego akrylonitrylu; inne oznaczenia por. tekst.

O poprawności postępowania i dokładności wykonanych oznaczań świadczy co najmniej dobra zgodność wartości elastycznie aktywnych łańcuchów sieci gn obliczonych z równania (11) i wyznaczonych jako $2C_1/RT$, co pokazano na rys. 3 (\Box oraz ×) na przykładzie NR [41, 42], oraz akceptowalne chemiczne wydajności usieciowania NR i IR (por. dalszy tekst i tabela 1).

Wadą analizy zol/żel jest konieczność usunięcia z próbek organicznych substancji niekauczukowych na drodze ekstrakcji odpowiednim rozpuszczalnikiem, długotrwałej (kilka tygodni) ekstrakcji frakcji zolu za pomocą rozpuszczalnika (zwłaszcza w przypadku próbek silniej usieciowanych) oraz konieczność ochrony badanych próbek przed wtórnymi procesami sieciowania lub degradacji podczas oczyszczania i wymywania frak-



Rys. 3. Stężenia elastycznie aktywnych łańcuchów sieci gn (\Box wyznaczone na podstawie 2C₁, gn = 2C₁/RTd; × obliczone jako gn = gn_c + 2geT_c), łańcuchów między węzłami chemicznymi gn_c (Δ) i uwikłanymi węzłami splątań 2geT_e (\Diamond) w funkcji stężenia nadtlenku kumylu ([DCP]) użytego do sieciowania NR

Fig. 3. Concentrations of elastically active chains of a network gn (\Box calculated on the basis of 2C₁, gn = 2C₁/RTd; × calculated as gn = gn_c + 2geT_c), chains between chemical joints gn_c (Δ) and chains between permanent entanglement joints 2geT_e (\Diamond) as functions of the concentration of dicumyl peroxide [DCP] used for NR curing

cji zolu. Zastosowanie metody analizy zol/żel wymaga ponadto oznaczania ciężaru cząsteczkowego oraz polidyspersyjności kauczuku w sporządzonych mieszankach. Z tych powodów badania mikrostruktury sieci przestrzennej z wykorzystaniem metody zol/żel nie są zbyt często wykonywane.

Prowadzone w kilku ośrodkach prace w dziedzinie mikrostruktury fizycznej i topologii sieci doprowadziły do opracowania modelu rurowego sieci przestrzennej, w którym wykorzystano koncepcje de Gennesa [54] reptacji łańcuchów polimeru w kanale konfiguracyjnym. W modelu tym przyjmuje się, że swoboda konformacji łańcuchów sieci jest ograniczona przez powierzchnię wewnętrzną kanału (rury), utworzonego przez odcinki makrocząsteczek otaczających analizowany łańcuch. Rozwinięcie koncepcji Edwardsa [55—57] doprowadziło Heinricha, Straubego i Helmisa [30, 58—61] do następującej zależności σ^{*} — λ podczas jednoosiowego rozciągania:

$$\sigma^* = \frac{\sigma_o}{\left(\lambda - \lambda^{-2}\right)} = G_c + G_t F(\lambda)$$
(16)

przy czym

$$F(\lambda) = 2 \frac{\lambda^{-\frac{1}{2}} - \lambda^{-2}}{\lambda - \lambda^{-2}}$$
(17)

oraz

$$G = G_{c} + G_{t} = n_{c}RT + n_{t}RT = \frac{fN_{c}}{2}RT + \frac{fN_{t}}{2}RT$$
(18)

gdzie: G_c , G_t — moduł elastyczności związany z obecnością w analizowanej sieci węzłów (łańcuchów) chemicznych i topologicznych, $F(\lambda)$ — funkcja odkształcenia.

Ekstrapolacja liniowej zależności $\sigma = F(\lambda)$ do $\lambda = \infty$ odcina na osi rzędnych wartość G_c , natomiast nachylenie prostej jest równe G_l . Nieco odmienna analiza przemieszczania łańcuchów sieci w kanale konformacyjnym doprowadziła Tschoegla [62] do zależności analogicznych do (16)—(18), ale gdy:

$$F(\lambda) = 4 \frac{\lambda^{\frac{1}{2}} - \lambda^{-2}}{\lambda - \lambda^{-2}}$$
(19)

Jeśli $F(\lambda) = 1/\lambda$, to równania (16) i (19) są podobne do zależności Mooney'a—Rivlina. Funkcje (16)—(19) umożliwiałyby bardzo szybkie i proste oznaczanie stężenia chemicznych i topologicznych węzłów sieci w wyniku pomiarów zależności $\sigma^* - \lambda$, w dodatku bez potrzeby wyznaczania wartości ciężaru cząsteczkowego i M_w/M_m badanego kauczuku.

DOŚWIADCZALNA WERYFIKACJA MODELI SIECI

Istotną częścią analizy mikrofizycznej struktury oraz topologii sieci przestrzennej i jednocześnie weryfikacją modeli sieci jest porównanie oznaczonego stężenia chemicznych wiązań poprzecznych (lub chemicznych węzłów sieci) z liczbą wiązań poprzecznych utworzonych w wyniku działania substancji o znanej wydajności sieciowania. Możliwości takie daje zastosowanie nadtlenków di-t-alkilowych, w tym nadtlenku kumylu. Badając reakcję DCP z 2,6-dimetylo-2,6-oktadienem (DMOD) (malocząsteczkowym analogiem NR i IR) stwierdzono, że powstające z rozpadu DCP rodniki oksykumylowe [C₆H₅-(Me)₂C-O[•]] lub metylowe odrywają atomy H z grup α-metylenowych DMOD z utworzeniem rodników alkenylowych. Rekombinacja tych ostatnich prowadzi do dimeru dienu z wydajnością 1 cząsteczka dimeru DMOD na 1 cząsteczkę rozłożonego DCP; nie towarzyszą temu reakcje uboczne [63, 64]. W odniesieniu do NR i IR oznacza to, że jeśli sieciowaniu nie towarzyszy degradacja łańcuchów ($p/q \approx 0$), to pod wpływem DCP powstają tetrafunkcyjne, chemiczne węzły sieci z wydajnością 1 chemiczne wiązanie poprzeczne lub 2 usieciowane mery na każdą cząsteczkę rozłożonego nadtlenku.

W wielu pracach stwierdzono, że sieciowanie oczyszczonego NR i IR za pomocą DCP przebiega z pomijalnie małą degradacją łańcuchów, natomiast oznaczona na podstawie zależności (1) lub (3) zawartość węzłów sieci N jest większa niż wynikałoby to z obecności samych tetrafunkcyjnych węzłów chemicznych N_c utworzonych w wyniku rozpadu znanej ilości nadtlenku [3, 41, 42, 65, 66]. W rzeczywistych sieciach przestrzennych występują zatem nie tylko węzły chemiczne, ale także topologiczne typu uwiklanych węzłów splątań łańcuchów (por. rys. 1).

Prostota zależności podanych przez Heinricha, Straubego i Helmisa oraz Tschoegla (dalej odróżniane odpowiednio indeksami *HSH* lub *T*) skłoniła nas do sprawdzenia [67], czy zależności te można wykorzystać do oznaczania N_c i N_l w NR, IR i BR usieciowanych DCP, porównania tych wielkości z wynikami analizy z wykorzystaniem modeli Langley'a i Pearsona oraz Mooney'a—Rivlina [odpowiednio, równania (8)—(15) i (2); dalej odpowiednio z indeksami *L* lub *MR*], a ponadto skonfrontowania ich z możliwą do przyjęcia, chemiczną wydajnością sieciowania badanych kauczuków za pomocą DCP. Rysunek 4 ilustruje zależność modulu



Rys. 4. Zależności modułu elastyczności G (a) oraz udziału N_c /N węzłów chemicznych (b) określone z wykorzystaniem modeli sieci wg Langley'a (\diamond); Mooney'a—Rivlina (\Box); Tschoegla (\times) lub Heinricha, Straubego i Helmisa (Δ) od stężenia nadtlenku kumylu ([DCP]) użytego do sieciowania NR Fig. 4. Dependence of elasticity modulus G (a) and N_c/N part of chemical joints (b), determined with using network models by Langley (\diamond); Mooney—Rivlin (\Box); Tschoegl (\times) or Heinrich, Straube and Helmis (Δ), on the concentration of dicumyl peroxide [DCP] used for NR curing

DCP zastosowanego do sieciowania oczyszczonego NR. Z analizy tych zależności wynika, że:

$$G_L < G_T = G_{HSII} = G_{MR}$$
 gdy $G_{MR} = 2C_1 + 2C_2$ (20)

$$\left(\frac{G_c}{G}\right)_L < \left(\frac{G_c}{G}\right)_T < \left(\frac{G_c}{G}\right)_{HSH} = \left(\frac{G_c}{G}\right)_{MR} \operatorname{gdy} \left(\frac{G_c}{G}\right)_{MR} = \frac{2C_1}{2C_1 + 2C_2}$$
(21)

$$N_c^L \approx N_c^T < N_c^{HSH} = N_c^{MR}$$
 gdy $N_c^{MR} = \frac{C_1}{RTd}$ (22)

Podobne relacje wartości G, G_c /G oraz N_c wyznaczonych z wykorzystaniem analizowanych modeli stwierdziliśmy także w przypadku IR oraz BR usieciowanych z zastosowaniem DCP.

Sprawdzianem stosowalności i poprawności modeli sieci jest chemiczna wydajność usieciowania NR, wynikająca z uznanego mechanizmu działania DCP w NR. Z analizy danych zamieszczonych w tabeli 1 wynika, że jedynie zastosowanie modelu Langley'a—Pearsona prowadzi do wartości E_c , niezależnej od [DCP] i zgodnej z wartością teoretyczną $E_{ct} = 1$ wiązanie poprzeczne (lub 2 usieciowane mery) na jedną cząsteczkę DCP. Podobną, zgodną z wartością teoretyczną wydajność usieciowania NR i IR (o $M_w/M_n \approx 2$) stwierdziliśmy wykorzystując równania (6a)—(6d) Charlesby'ego—Pinnera.

Zastosowanie innych modeli sieci prowadzi do znacznie większej niż teoretycznie możliwa wydajności usieciowania, zależnej od stężenia DCP i wynoszącej: $E_c^T = 1,30$; $E_c^{HSH} = 1,35$; $E_c^{MR} = 1,40$ w przypadku NR oraz $E_c^T = 1,90-1,35$; $E_c^{HSH} = 2,35-1,50$; $E_c^{MR} =$ 2,05-1,50 w przypadku IR. Zaproponowane przez Heinricha, Straubego i Helmisa oraz Tschoegla modele sieci i zależności nie mogą być zatem polecane do wyznaczania N_c w usieciowanych elastomerach. G_c , definiowany w tych modelach jako związany wyłącznie z obecnością węzłów chemicznych, jest bowiem współokreślany także przez węzły topologiczne N_t .

Wydajności usieciowania BR nadtlenkiem są znacznie większe niż NR i IR. Chemiczne węzły sieci w BR powstają bowiem nie na drodze rekombinacji makrorodników alkenylowych jak w NR i IR, lecz w wyniku polimeryzacji merów butadienowych [46, 47, 66], z utworzeniem polifunkcyjnych (f = 16) węzłów chemicznych.

Na uwagę zasługuje zaskakująca zgodność wyników, uzyskanych z zastosowaniem modeli Mooney'a— Rivlina oraz Heinricha, Straubego i Helmisa. Ich analiza (HSH) modelu rurowego doprowadziła zatem do strukturalnego, a nie tylko fenomenologicznego uzasadnienia stosowalności równania Mooney'a—Rivlina do analizy sieci.

PODSUMOWANIE

 $G = G_c + G_t$ oraz udziału tetrafunkcyjnych chemicznych węzłów w sieciach przestrzennych N_c/N w funkcji ilości przestrzennych elastomerów zostały opracowane w odmienny sposób. W pierwszej grupie modeli, które można nazwać fizycznymi, wykorzystuje się prawa termodynamiki i poszukuje zależności łączących parametry opisujące mikrofizyczną strukturę sieci z przykładanym naprężeniem i wywołanym przez nie odkształceniem, ograniczanym przez zróżnicowane co do rodzaju i skali oddziaływania elementów sieci. Pomija się natomiast sposób powstawania sieci i jej elementów. Do tej grupy należą modele: statystycznej teorii elastyczności, Mooneya-Rivlina, Heinricha, Straubego i Helmisa oraz Tschoegla, a także inne nieomawiane w pracy, w tym teoria pęcznienia równowagowego Flory'ego i Rehnera [68, 69]. Stosowanie tych modeli nie wymaga znajomości parametrów charakteryzujących kauczuk przed usieciowaniem i prowadzi do wielkości opisujących fizyczną mikrostrukturę sieci. Jednakże uzyskane w ten sposób wartości zwykle nie korelują z wynikami uwzględniającymi chemiczną stronę powstawania sieci.

Druga grupa modeli, w pewnym sensie chemicznych, analizuje sposób powstawania elementów sieci przestrzennej. Do tej grupy należy teoria zol/żel Charlesby'ego—Pinnera, uogólniona i rozszerzona m.in. przez Langley'a oraz Pearsona. Stosowanie tych metod wiąże się z koniecznością oznaczania wielkości charakteryzujących sieciowany kauczuk i wymaga znacznie większego nakładu pracy. Uzyskane tymi metodami wyniki znacznie lepiej odzwierciedlają chemiczne aspekty powstawania sieci przestrzennej i co najmniej dobrze korelują z wielkościami wynikającymi z zaakceptowanego mechanizmu sieciowania elastomerów wieloma substancjami chemicznymi.

Praca zrealizowana w ramach projektu badawczego 4 T08E 051 22 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych

LITERATURA

[1] Rzymski W. M.: Polimery 1999, 44, 505. [2] Rzymski W. M.: Polimery 2002, 47, 310. [3] Saville B., Watson A. A.: Rubber Chem. Technol. 1967, 40, 100. [4] Rzymski W. M.: Polimery 1991, 36, 409. [5] Rzymski W. M.: Polimery 2001, 46, 100. [6] Erman B., Mark J. E .: "The Molecular Basis of Rubberlike Elasticity", rozdz. 4. w: "Science and Technology of Rubber" (redaktorzy: Mark J. E., Erman B., Eirich F. R.), Academic Press, San Diego-Nowy Jork 1994. [7] Gent A. N.: "Engineering with Rubber. How to Design Rubber Components", rozdz. 3., Hanser Publishers, Monachium, Hanser Gardner Publ. Inc., Cincinnati 2001, wyd. 2. (por. Polimery 2002, 47, 583, recenzja). [8] Ziabicki A.: "Makrocząsteczka w roztworze i w stanie stałym" rozdz. 3. w: "Chemia polimerów" (redaktorzy: Florjańczyk Z., Penczek S.), Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1995, tom 1. [9] Galina H.: "Fizykochemia polimerów", Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1998, rozdz. IX. [10] Galina H.: Polimery 1999, 46, 496.

[11] Erman B., Mark J. E: "Structure and Properties of Rubberlike Networks", Oxford University Press, Nowy Jork 1997, str. 359. [12] Dontsov A. A.: "Processy strukturirovaniya elastomerov", Khimiya, Moskwa 1978. [13] Mullins L.: J. Appl. Polym. Sci., Appl. Polym. Symp. 1984, 39, 59. [14] Mooney M.: J. Appl. Phys. 1940, 11, 582. [15] Rivlin R. S.: J. Appl. Phys. 1947, 18, 444. [16] Roland C. M.: Rubber Chem. Technol. 1989, 92, 863.
[17] Mark J. E.: Rubber Chem. Technol. 1975, 48, 495. [18] Mark J. E.: Rubber Chem. Technol. 1975, 762. [19] James H. M.: J. Chem. Phys. 1947, 15, 651. [20] James H. M., Guth E.: J. Chem. Phys. 1947, 15, 669.

[21] James H. M., Guth E.: J. Polym. Sci. 1949, 4, 153. [22]
Flory P. J.: Proc. Roy. Soc. London, Ser. A 1976, 351, 351. [23] Flory
P. J.: J. Chem. Phys. 1977, 66, 5720. [24] Flory P. J.: Macromolecules
1982, 15, 528. [25] Xu P., Mark J. E.: Rubber Chem. Technol. 1990,
63, 276. [26] Queslel J. P.: Rubber Chem. Technol. 1989, 62, 800.
[27] Queslel J. P., Mark J. E.: Adv. Polym. Sci. 1985, 71, 229. [28]
Yen L. Y., Eichinger B. E.: J. Polym. Sci., Polym. Phys. Ed. 1978,
16, 121. [29] Dušek K.: Zh. Vsesoj. Khim. Obsch. 1986, 31, 23. [30]
Heinrich G., Straube E., Helmis G.: Adv. Polym. Sci. 1988, 85, 33.

[31] Erman B., Flory P. J.: J. Chem. Phys. 1977, 66, 5720. [32] Erman B., Flory P. J.: J. Chem. Phys. 1978, 68, 5363. [33] Flory P. J., Erman B.: Macromolecules 1982, 15, 800. [34] Flory P. J., Erman B.: Macromolecules 1982, 15, 806. [35] Erman B., Flory P. J.: Macromolecules 1983, 16, 1601. [36] Erman B., Flory P. J.: Macromolecules 1983, 16, 1607. [37] Brotzman R. W., Mark J. E.: Macromolecules 1986, 19, 067. [38] Fontaine F., Morland C., Noel C.: Macromolecules 1989, 22, 3348. [39] Charlesby A., Pinner S. H.: Proc. Roy. Soc. London 1959, A249, 367. [40] Charlesby A.: "Chemia radiacyjna polimerów", WNT, Warszawa 1962.

[41] Rzymski W. M., Jentzsch J.: Plaste Kautsch. 1988, 35, 264.
[42] Rzymski W. M., Jentzsch J.: Wiss. Z. Techn. Univ. Karl-Marx-Stadt 1988, 30, 272.
[43] Mullins L., Watson W. F.: J. Appl. Polym. Sci. 1959, 1, 245.
[44] Bristow G. M.: J. Polym. Sci., Part A 1963, 1, 2261.
[45] Scott K. W.: J. Polym. Sci. 1962, 58, 517.
[46] Rzymski W. M., Jentzsch J.: Plaste Kautsch. 1988, 35, 305.
[47] Rzymski W. M., Jentzsch J.: Plaste Kautsch. 1989, 36, 83.
[48] Langley N. R.: Macromolecules 1968, 1, 348.
[49] Langley N. R., Polmanter K. E.: J. Polym. Sci., Part B: Polym. Phys. Ed. 1974, 12, 1023.
[50] Inokuti M.: J. Chem. Phys. 1963, 38, 2999.

[51] Pearson D. S., Skutnik B. J., Böhm G. A.: J. Polym. Sci., Part B: Polym. Phys. Ed. 1974, 12, 925. [52] Pearson D. S., Graessley W. W.: Macromolecules 1978, 11, 528. [53] Rzymski W. M., Srogosz A.: Elastomery 1996, 1 (nr 1), 11. [54] de Gennes P. G.: J. Phys. Lett. 1974, 35, 133. [55] Edwards S. F.: Proc. Phys. Soc. 1967, 91, 513. [56] Edwards S. F.: Proc. Phys. Soc. 1967, 92, 9. [57] Edwards S. F.: Brit. Polym. J. 1977, 9, 140. [58] Helmis G., Heinrich G., Straube E.: Z. Phys. Chem. (Leipzig) 1977, 258, 361. [59] Helmis G., Heinrich G., Straube E.: Z. Phys. Chem. (Leipzig) 1979, 260, 737. [60] Helmis G., Heinrich G., Straube E.: Plaste Kautch. 1979, 26, 561.

[61] Helmis G., Heinrich G., Straube E.: Wiss. Z. Techn. Hochsch. "Carl Schorlemmer" Leuna-Merseburg 1984, 26, 737. [62] Tschoegl N. M.: Polymer 1979, 20, 1365. [63] Parks C. R., Lorenz O.: Rubber World 1960, 142, 105. [64] Parks C. R., Lorenz O.: J. Polym. Sci. 1961, 50, 287. [65] Ślusarski L., Ruciński J., Rzymski W.: Polimery 1970, 15, 286. [66] Dluzneski P. R.: Rubber Chem. Technol. 2001, 74, 451. [67] Rzymski W. M., Jentzsch J.: Plaste Kautsch. 1992, 39, 338. [68] Flory P. J., Rehner J.: J. Chem. Phys. 1943, 11, 512. [68] Flory P. J., Rehner J.: J. Chem. Phys. 108.