

P O L I M E R Y

MIESIĘCZNIK POŚWIĘCONY CHEMII, TECHNOLOGII I PRZETWÓRSTWU POLIMERÓW

Od Redakcji

Po raz pierwszy w serii zeszytów tematycznych naszego czasopisma ukazuje się numer „Polimerów” poświęcony zagadnieniu zastosowania obliczeniowych metod komputerowych w chemii, fizyce i technologii polimerów, a więc tematyce skupiającej zainteresowanie coraz większej liczby badaczy. W wydaniu tego numeru cenną inicjatywą i aktywną pomocą wspierali redakcję prof. Henryk Galina (Politechnika Rzeszowska) i doc. Andrzej Duda (Centrum Badań Molekularnych i Makromolekularnych PAN, Łódź).

Ze względu na życzliwy odzew zaproszonych do udziału Autorów i bardzo dużą objętość nadesłanego materiału byliśmy zmuszeni do zrezygnowania tym razem z zamieszczenia tradycyjnej części informacyjnej (Kongresy i Wystawy, Recenzje, działy stałe).

ANDRZEJ PAWLAK, ANDRZEJ GAŁĘSKI

Centrum Badań Molekularnych i Makromolekularnych PAN
ul. Sienkiewicza 112, 90-363 Łódź

Określanie trójwymiarowych naprężeń wokół mikrowtrąceń w polimerach z zastosowaniem elastooptyki

PHOTOELASTIC DETERMINATION OF THREE-DIMENSIONAL STRESSES OCCURRING AROUND MICROINCLUSIONS IN POLYMERS

Summary — Two photoelastic methods are described, *viz.*, the transmission method (Figs. 1, 2) that avails itself of symmetry of the system to reconstruct the stressed state from light polarization variations, and the scattered light method (Figs. 6, 7) in which symmetry is not required. However, the small variations of scattered light intensity in the stressed area require sensitive instruments and specially prepared samples to be used in measurements. Each method was applied to determine the distribution of stresses in variously stressed epoxy resin blocks containing inclusions and subjected to various forces (Figs. 3—5, 8).

Key words: polymers, microinclusions, three-dimensional stresses, photoelasticity, transmission method, scattered light method.

Właściwości mechaniczne mieszanin polimerów oraz kompozytów polimerowych zależą od kształtu i stopnia zdyspersgowania fazy rozproszonej. Bardzo często w takich materiałach, już na etapie ich formowania, poja-

wiają się naprężenia mechaniczne, zwłaszcza jeśli formowanie odbywa się w podwyższonej temperaturze i towarzyszą mu reakcje chemiczne, np. proces sieciowania. Różnice w rozszerzalności termicznej oraz towa-

rzyszający sieciowaniu skurcz chemiczny mogą prowadzić do zmian wymiarów składników i generowania dużych naprężeń w matrycy (fazie ciągłej), w pobliżu granicy faz. Naprężenia te, zwane resztkowymi, nie ulegają łatwo relaksacji. Jeżeli pozostający w stanie stałym materiał wieloskładnikowy poddaje się działaniu sił zewnętrznych, to dodatkowo pojawiają się w nim obszary z niejednorodnymi naprężeniami.

Miejsca, w których dochodzi do koncentracji naprężeń są też zwykle tymi obszarami, w których rozpoczyna się pęknięcie materiału. Dlatego istotne jest określenie jakie naprężenia występują w niejednorodnym materiale, od czego zależą ich wartości i rozległość obszarów naprężonych oraz jak doprowadzić do ich zmniejszenia, a tym samym do polepszenia wytrzymałości materiału (np. kompozytu).

Istniejące teoretyczne przewidywania rozkładów naprężeń [1—6] na ogół zakładają wyidealizowane właściwości analizowanego układu i przez to wymagają weryfikacji doświadczalnej.

Badania tworzenia się rozkładów naprężeń wewnętrznych dotyczą przede wszystkim modelowych układów złożonych z matrycy i umieszczonego w niej pojedynczego wtrącenia o różnym kształcie (kulistym, włóknistym) i rozmaicie zmodyfikowanej powierzchni kontaktu. Poddaje się je na ogół jednoosiowemu rozciąganiu bądź ścisaniu, rzadziej ścinaniu. Bardzo często do doświadczalnego wyznaczania naprężeń wykorzystuje się metody elastooptyczne [7—9]. Elastooptyka znalazła zastosowanie m.in. do określania maksymalnych naprężeń resztkowych wokół mikrosfer w żywicy epoksydowej [10, 11], rozkładu naprężeń wokół włókien [12—14], wpływu kształtu końca włókna na koncentrację naprężeń [15]. Często, ze względu na trudności doświadczalne, przestrzenny stan naprężeń jest przybliżany dwuwymiarową elastooptyką, na podstawie pomiarów izoklin i izochrom [16].

W badaniach elastooptycznych ze zmian polaryzacji światła przechodzącego przez badany materiał wnioskuje się o wywołujących je naprężeniach wewnętrznych. W przypadku skomplikowanych rozkładów naprężeń, zmiennych na drodze światła, niezbędne jest zastosowanie macierzowego opisu polaryzacji światła

$$C = \begin{bmatrix} \cos \delta' \cos \theta + i \sin \delta' \cos (2\varphi + \theta) & -\cos \delta' \sin \theta + i \sin \delta' \sin (2\varphi + \theta) \\ \cos \delta' \sin \theta + i \sin \delta' \sin (2\varphi + \theta) & \cos \delta' \cos \theta - i \sin \delta' \cos (2\varphi + \theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

[8—9] i użycie metod obliczeniowych do odtworzenia naprężeń.

Opublikowane wyniki doświadczalne dotyczące rozkładów naprężeń w polimerach nie są kompletne; zwykle pozwalają one na ocenę naprężenia bądź tylko w wybranych miejscach, bądź też wyłącznie jednej ze składowych (ścinającej) albo maksymalnej wartości w polu naprężeń. Dotyczy to głównie przedmiotów makroskopowych, takich jak elementy wtryskowe, fragmenty konstrukcji itp., natomiast brak jest pomiarów naprężeń dokonywanych w mikroskali, na poziomie pojedynczych wtrąceń w kompozycie lub mieszaninie.

Dlatego też opracowaliśmy dwie metody wyznaczania trójwymiarowych rozkładów naprężeń wewnętrznych w niejednorodnych polimerach przezroczystych na podstawie pomiarów elastooptycznych [17—19]. W jednej z nich mierzy się polaryzację i fazy światła transmitowanego przez materiał z naprężeniami, w drugiej przedmiot pomiaru stanowi polaryzacja i fazy światła rozproszonego. W obu metodach istotną rolę odgrywają obliczenia komputerowe prowadzące do wyznaczania rozseparowanych składowych naprężeń, tzw. naprężeń głównych.

W badaniach transmisyjnych zwykle występują łatwo mierzalne zmiany polaryzacji w próbkach oświetlanych tradycyjnym źródłem światła. Wadą tej metody jest natomiast ograniczenie do badań układów dwuwymiarowych, bądź — tak jak w naszej metodzie — trójwymiarowych, ale o symetrii osiowej.

Stosując elastooptykę światła rozproszonego [20—21] można w zasadzie wyznaczać dowolne stany naprężeń. Niestety, natężenie światła rozproszonego jest zwykle niewielkie. Do pomiarów należy więc używać silnych źródeł światła (laserów) oraz modyfikować właściwości rozpraszające ośrodka. Stąd wynikła potrzeba opracowania dwóch metod pomiarowo-obliczeniowych przedstawionych poniżej wraz z przykładami zastosowań.

METODA TRANSMISYJNA

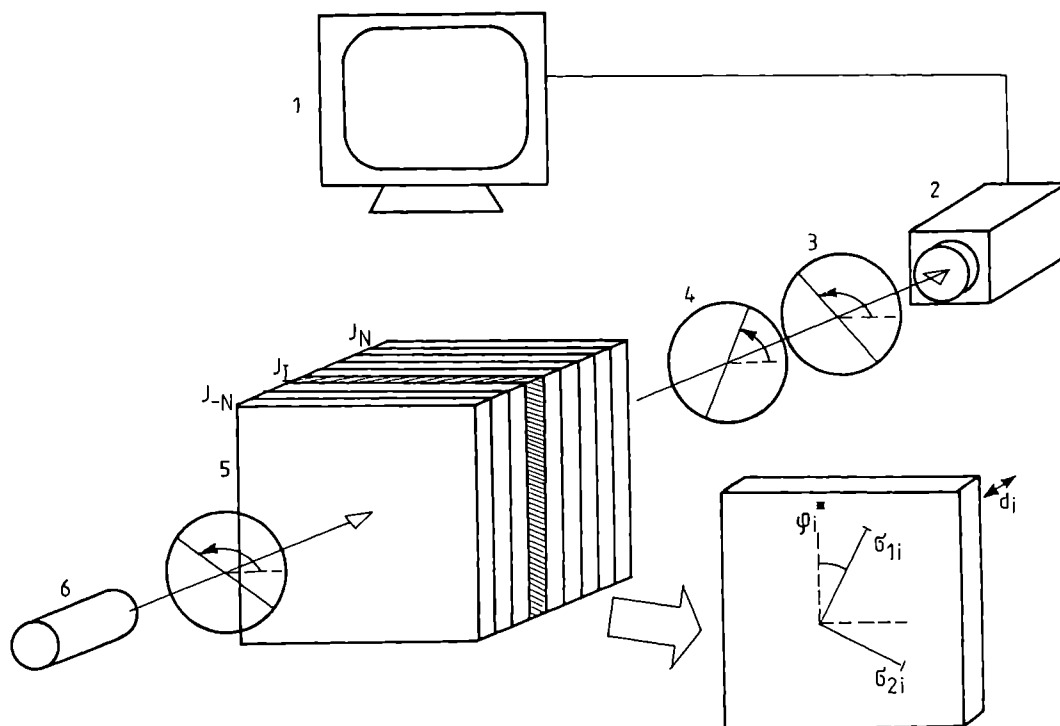
Badania zmian polaryzacji światła przechodzącego przez materiał elastooptyczny wykonuje się zwykle w polaryskopach, pokazanych dla przykładu na rys. 1. W opisie macierzowym Jonesa zmiany wektora świetlnego podczas przechodzenia przez polaryskop zawierający badany materiał można opisać wzorem (1):

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = A \cdot C \cdot P \cdot \begin{bmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie: a_{x0} oraz a_{y0} — początkowe składowe wektora świetlnego, a_x oraz a_y — składowe wektora dotyczącego światła wychodzącego z polaryskopu, P — macierz Jonesa polaryzatora, A — macierz analizatora, C — macierz opisująca obiekt elastooptyczny zgodnie ze wzorem (2):

Macierz C zawiera kierunki charakterystyczne φ oraz θ i opóźnienie charakterystyczne $\delta = 2\delta'$ [18, 19]. Można je wyznaczyć ze wzoru (1) po określeniu wartości natężenia światła przechodzącego, znając przy tym położenia elementów optycznych (polaryzatora, analizatora, ćwierćfalówki).

Zasada równoważności pozwala na podzielenie na szereg cienkich warstw obiektu znajdującego się na drodze światła. Wpływ warstwy na polaryzację zależy od występowania w niej składowych naprężeń, działających w płaszczyźnie prostopadłej do biegu światła (σ_{1i} oraz σ_{2i} na rys. 1). Warstwa jest wtedy opisywana



Rys. 1. Schemat mikropolaryskopu i podziału badanej próbki na warstwy; 1 — komputer, 2 — kamera, 3 — analizator, 4 — ćwierćfalówka, 5 — polaryzator, 6 — oświetlacz (dalsze objaśnienia w tekście)

Fig. 1. The scheme of a micropolariscope and a method of dividing a sample into layers: 1 — computer, 2 — camera, 3 — analyzer, 4 — quarter-wave plate, 5 — polarizer, 6 — illuminator (see main text for further explanations)

macierzą J_i :

$$J_i = \begin{bmatrix} \cos \delta_i - i \sin \delta_i \cos 2\varphi_i^* & i \sin \delta_i \sin 2\varphi_i^* \\ i \sin \delta_i \sin 2\varphi_i^* & \cos \delta_i + i \sin \delta_i \cos 2\varphi_i^* \end{bmatrix} \quad (3)$$

gdzie: φ_i^* — kierunek jednego z wtórnych naprężeń głównych, $2\delta_i$ — opóźnienie fazowe w warstwie:

$$\delta_i = \pi \cdot \Delta\sigma_i \cdot d_i / K \quad (4)$$

gdzie: $\Delta\sigma_i = \sigma_{1i} - \sigma_{2i}$ — różnica wtórnych naprężeń głównych, d_i — grubość warstwy, K — stała elastoptyczna.

Po podziale obiektu na $2N + 1$ warstw macierz C może być przedstawiona jako iloczyn macierzy J_i odpowiadających poszczególnym warstwom:

$$C = J_N J_{N-1} \dots J_i \dots J_1 J_0 J_{-1} J_{-2} \dots J_{-N} \quad (5)$$

Celem metody jest określenie tensora naprężeń w każdym z elementów warstwy na drodze światła (stąd — w całym badanym obiekcie), tj. podanie trzech składowych głównych i dwóch kątów określających ich kierunki.

Do wyznaczenia tensora naprężeń w elemencie potrzebna jest znajomość macierzy J_i w odniesieniu do co najmniej dwóch (a na ogół trzech) kierunków przechodzenia światła.

Równanie (5) nie wystarczy wprost do określenia J_i , ponieważ dostępne są trzy mierzalne parametry charakterystyczne, a na drodze światła jest $2N + 1$ warstw z różnymi naprężeniami modyfikującymi polaryzację. Re-

dukcja liczby wyznaczanych wielkości możliwa jest jeśli:

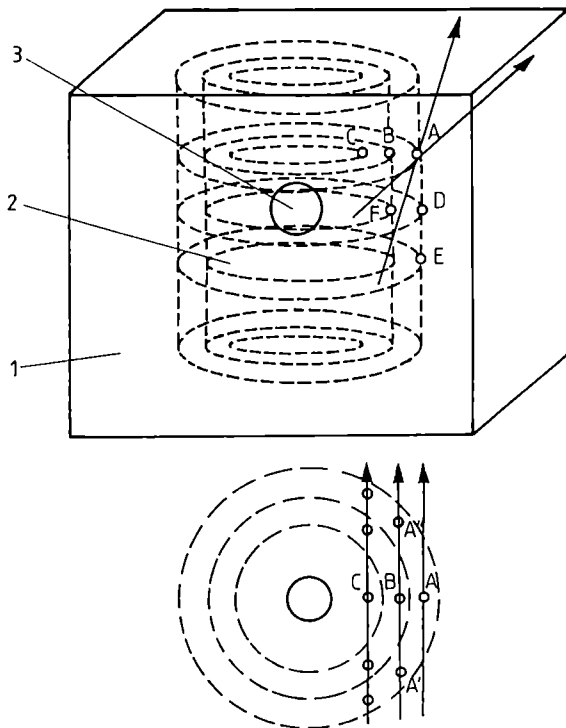
- analizujemy rozkłady naprężeń wokół pojedynczego wtrącenia w matrycy,
- naprężenia wokół wtrącenia mają symetrię osiową,
- w dużej odległości od wtrącenia naprężenia są jednorodne lub nie występują.

Wtedy po wyznaczeniu naprężeń w punktach płaszczyzny głównej (zawierającej oś symetrii) można poprzez odpowiedni obrót podać naprężenia w całym badanym materiale. Do określenia naprężeń w płaszczyźnie głównej dzielimy obszar wokół wtrącenia na część z jednorodnymi naprężeniami σ_{ij} wyznaczanymi na podstawie równania (4) i położoną bliżej wtrącenia część z naprężeniami zmiennymi (rys. 2). Tę ostatnią dzielimy na szereg koncentrycznych powłok, będących odpowiednikami warstw w równaniu (5). Światło przechodzi w próbce przez obszar jednorodny, następnie przez odcinki przynależne do powłok i znów przez obszar jednorodny, wszystkie opisywane macierzami J_i .

W metodzie najpierw analizuje się drogę promienia świetlnego w oddaleniu od osi symetrii, kolejno przez obszar jednorodny, element A w obszarze zaburzonym i znów obszar jednorodny. Równanie (5) przybiera wtedy postać:

$$C = J_j \cdot J_A \cdot J_j \quad (6)$$

gdzie: J_j — macierze odpowiadające obszarowi jednorodnemu.



Rys. 2. Podział próbki na obszary jednorodnych (1) i niejednorodnych (2) naprężeń, 3 — wtrącenie. Zaznaczono wybrane kierunki przebiegu światła: normalny i ukośny (dalsze objaśnienia w tekście)

Fig. 2. Sample divided into zones exhibiting (1) uniform and (2) nonuniform stresses, 3 — inclusion. The directions of normal and oblique light beams are indicated

Jeżeli macierz C jest znana, możliwe jest obliczenie różnicy wtórnych naprężeń głównych ($\Delta\sigma_A$) i kierunku, będących elementami macierzy J_A .

Światło przechodzące nie jest modyfikowane przez składowe naprężeń prostopadłe do kierunku jego rozchodzenia. Dlatego też w celu uzyskania informacji o trójwymiarowym tensorze naprężeń należy dodatkowo wiązkę światła skierować przez punkt A pod kątem Ω . Opisuje to równanie (7):

$$C_u = J_{ju} \cdot J_{Au} \cdot J_{ju} \quad (7)$$

gdzie: C_u — macierz parametrów charakterystycznych dla oświetlenia ukośnego, J_{ju} — macierze opisujące ukośne przechodzenie światła przez obszar jednorodny, J_{Au} — macierz odpowiadająca elementowi A .

Macierze J_A i J_{Au} po uwzględnieniu odpowiednich indeksów mają postać analogiczną jak w wyrażeniu (3). Składowe kartezyjskie tensora naprężeń w elemencie A wiążą się z $\Delta\sigma_A \sim \delta_A$, $\Delta\sigma_{Au} \sim \delta_{Au}$, φ_A , φ_{Au} poprzez:

$$\Delta\sigma_A = \sqrt{(\sigma_y - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (8a)$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi_A = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x} \quad (8b)$$

$$\Delta\sigma_{Au} = \sqrt{(\sigma'_y - \sigma'_x)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (8c)$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi_{Au} = \frac{2\tau'_{xy}}{\sigma'_y - \sigma'_x} \quad (8d)$$

W równaniach (8a) — (8d) $\sigma'_y - \sigma'_x$ oraz τ_{xy}' mają następujące wartości:

$$\sigma'_x - \sigma'_y = (\sigma_x - \sigma_y)\cos^2\Omega + (\sigma_x - \sigma_z)\sin^2\Omega \quad (9a)$$

$$\tau'_{xy} = \tau_{xy}\cos\Omega \quad (9b)$$

Przekształcenie układów równań (8) i (9) prowadzi do:

$$\sigma_y - \sigma_x = \pm \frac{\Delta\sigma_A}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\varphi_A}} \quad (10a)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \operatorname{tg} 2\varphi_A \quad (10b)$$

$$\sigma_y - \sigma_z = -\frac{1}{\sin^2\Omega} \left[\pm \frac{\Delta\sigma_{Au}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\varphi_{Au}}} - (\sigma_y - \sigma_x) \right] \quad (10c)$$

Po określeniu naprężeń w elemencie A , w sposób podobny do opisanego w równaniach (6—10) wyznacza się różnice naprężeń w innych punktach zewnętrznej powłoki, tj. w elementach D , E itd. (rys. 2).

Następnie analizuje się naprężenia w punktach sąsiedniej powłoki. Takim punktem w stosunku do A jest B . Promień świetlny użyty do obserwacji przechodzi wtedy przez obszar jednorodnych naprężeń, następnie przez elementy A' , B , A'' i kolejny obszar jednorodny. Ze względu na symetrię osiową, naprężenia w A' i A'' są takie same jak w A , ale należy uwzględnić ich inną orientację w stosunku do kierunku światła. Można tu wykorzystać przekształcone wartości wyznaczone z wyrażenia (10). Dlatego też w przypadku promienia przechodzącego przez B tylko naprężenia w tym elemencie są niewiadome i z pomiarów polaryzacji mogą być określone macierze J_B oraz J_{Bu} odnoszące się do promienia normalnego i promienia biegnącego w kierunku pomocniczym. Określanie różnic składowych kartezyjskich tensora naprężeń w punkcie B odbywa się w sposób analogiczny do opisanego powyżej.

Następnym krokiem jest określenie naprężeń w innych punktach drugiej powłoki, tj. F , G itd.

Powtarzając analizę dotyczącą punktów przynależnych do kolejnych powłok, coraz bliższych osi symetrii, uzyskuje się ostatecznie różnice składowych kartezyjskich tensora naprężeń (10) we wszystkich punktach materiału. Ich separacja jest możliwa poprzez zastosowanie w odniesieniu do całego analizowanego obiektu jednego z równań równowagi:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

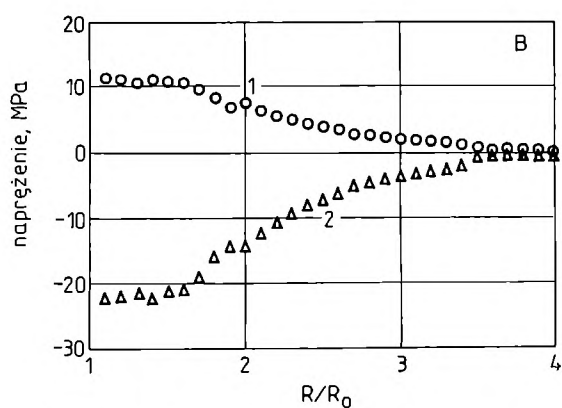
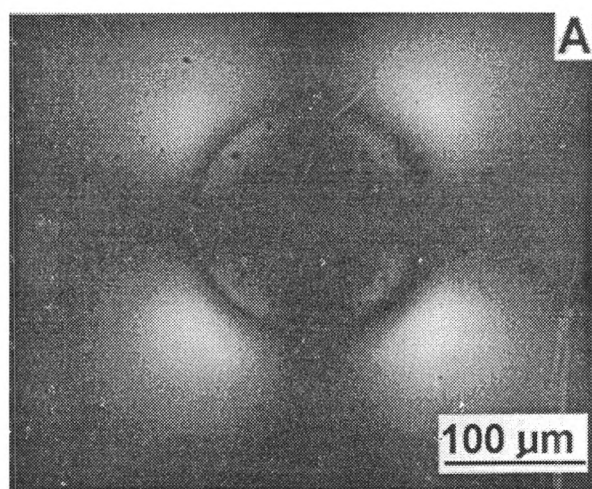
Pozwala to na pełne określenie tensora naprężeń w badanym obiekcie.

Do rejestracji obrazów elastoptycznych tworzonych przez światło przechodzące w próbce w pobliżu wtrącenia zbudowaliśmy mikropolaroskop (rys. 1). Dokonaliśmy

my tu modyfikacji mikroskopu polaryzacyjnego w celu uzyskania równoległej, monochromatycznej wiązki światła, możliwości zmiany położenia próbki oraz jej deformacji jednoosiowej. Do mikroskopu została dołączona czuła kamera CCD, z której sygnał był przekazywany do 10-bitowego przetwornika obrazu w komputerze.

Metodę transmisyjną zastosowaliśmy do wyznaczenia naprężeń w różnie modyfikowanych polimerach. Poniżej zamieszczamy trzy przykłady.

Pierwszy to określanie naprężeń jakie, występują w żywicy epoksydowej zawierającej rozproszone różnorodnie wtrącenia kuliste o średnicach 200–400 μm . Matryca epoksydowa powstała w wyniku usieciowania żywicy epoksydowej „Araldite 502” firmy Polysciences



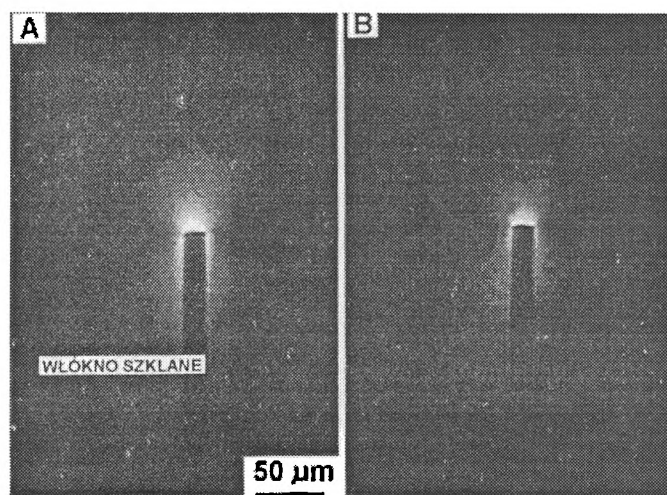
Rys. 3. A) Obraz elastooptyczny powstały na skutek obecności naprężeń resztkowych w matrycy epoksydowej wokół kulki szklanej; obserwacja pomiędzy skrzyżowanymi polaryzatorami. B) Wyznaczone składowe naprężenia w funkcji stosunku odległości R do promienia R_0 ; 1 — naprężenia tangencjonalne, 2 — naprężenia radialne

Fig. 3. (A) The photoelastic image formed as a result of residual stresses occurring around a glass bead placed in an epoxy matrix; sample placed between crossed polarizers. (B) Stress components in relation to the ratio of the distance R from center of inclusion to the inclusion (bead) radius R_0 : 1 — tangential stresses, 2 — radial stresses

Inc. bezwodnikiem dodecenylobursztynowym w obecności 2,4,6-tri(dimetyloaminometylo)fenolu (DMP-30). Szczegóły przygotowania próbek zawiera praca [17]. Jeżeli proces sieciowania odbywa się w podwyższonej temperaturze (75°C), to po schłodzeniu do temperatury pokojowej w materiale ujawniają się naprężenia termiczne. W tym przypadku niewielki wkład wnoszą też naprężenia związane ze skurczem żywicy podczas sieciowania.

Rysunek 3a pokazuje obraz tworzony przez światło spolaryzowane przechodzące wokół wtrącenia szklanego w żywicy epoksydowej. Widoczne są rozjaśnienia spowodowane obecnością naprężeń termicznych. Rysunek 3b przedstawia odtworzony za pomocą transmisyjnej metody elastooptycznej rozkład naprężeń. Składowa radialna jest dwukrotnie większa od tangencjalnej i ma przeciwny znak. Duże naprężenia maleją szybko z odległością od brzegu kulki. Szerszy przegląd zależności naprężeń resztkowych wokół różnych wtrąceń kulistych zawiera praca [17].

Przykład wpływu dyfuzji wody do matrycy na naprężenia resztkowe wokół końca włókna ilustruje rys. 4. Pomiary dotyczyły próbek żywicy epoksydowej DGEBA zawierającej włókna szklane średnicy 18 μm , sieciowanej aminą w temp. 135°C. Próbkę umieszczano na 16 dób w wodzie destylowanej w temp. 95°C i obserwowano zmiany koncentracji naprężeń w funkcji czasu. Obecność wody w matrycy prowadziła do częściowej relaksacji naprężeń, widocznej jako zmniejszenie zakresu i intensywności obszaru rozjaśnionego wokół włókna. Po wyjęciu próbek z kąpielii wodnej, w trakcie suszenia, następował jednak powrót do wartości naprężeń zbliżonych do początkowych [22]. Jeżeli proces sieciowania odbywa się w niskiej temperaturze, to często udaje się uniknąć naprężeń resztkowych.

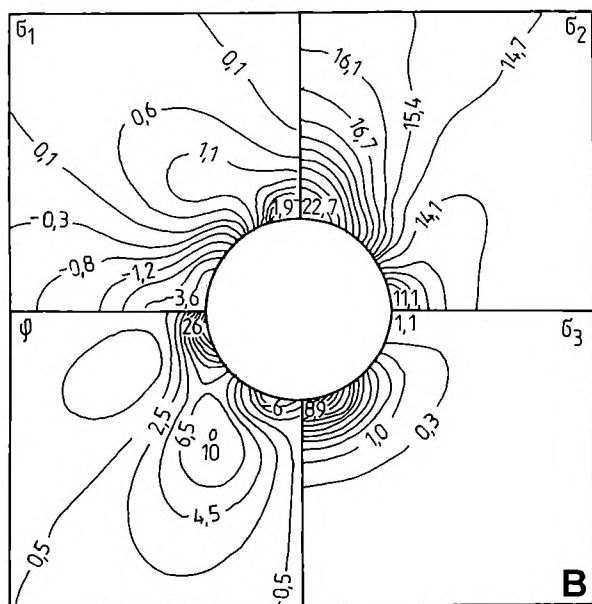
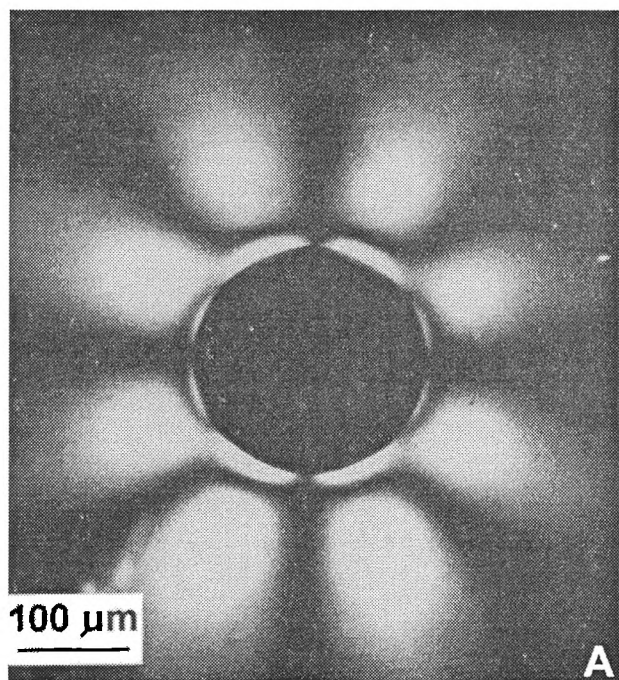


Rys. 4. Naprężenia resztkowe wokół końca włókna szklanego w żywicy epoksydowej: A) po usieciowaniu żywicy, B) po kąpielii wodnej w ciągu 16 dób (objaśnienia w tekście)

Fig. 4. Residual stresses in the epoxy resin matrix around the end of a glass fiber: A — in crosslinked (cured) resin, B — in resin hydro-treated for 16 days

W przypadku przyłożenia siły zewnętrznej, jednorodny rozkład naprężeń jest zaburzany z powodu koncen-

tracji naprężeń wokół wtrąceń. Podobnie jak w poprzednich badaniach, stosowaliśmy żywicę epoksydową o dość dużym współczynniku elastoptycznym. Badaliśmy rozmieszczenie i zasięg obszarów koncentracji naprężeń, gdy próbkę z żywicy epoksydowej z wtrąceniami kulistymi rozciąga się jednoosiowo o 2–3% początkowej długości. Rejestrowane obrazy elastoptyczne (rys. 5a) były tu zupełnie różne od obserwowanych w przypadku naprężeń resztkowych (rys. 3a). Rysunek 5b ilustruje rozmieszczenie koncentracji naprężeń wokół wtrącenia; pokazano trzy główne składowe tensora naprężeń i kąt odchylenia jednej z nich. Wyraźne koncentracje naprężeń rozciągających występują w okolicach biegunowych wtrącenia, a ściskających w okolicach równikowych. Istotne odchylenia od jednorodności rozkładu naprężeń pojawiają się w odległości do 2–3 promieni wtrącenia. W przypadku wielu innych układów z wtrąceniami stwierdziliśmy, że położenie miejsc z koncentracją naprężeń i maksymalne wartości naprężeń bardzo zależą od stosunku modułów sprężystości matrycy względem wtrącenia i od adhezji matrycy do powierzchni wtrącenia [23].



Rys. 5. A) Obraz elastoptyczny powstały na skutek przyłożenia pionowo naprężeń rozciągających, B) Trzy składowe naprężeń głównych: σ_1 (skierowana poziomo w oddaleniu od wtrącenia), σ_2 (skierowana pionowo w oddaleniu od wtrącenia), σ_3 (prostopadła do rysunku) oraz kąt φ , wyrażający w stopniach odchylenie σ_1 od osi poziomej; wartości naprężeń wyrażone w MPa

Fig. 5. (A) The photoelastic image produced on application of a vertical tensile stress; (B) three principal stresses: σ_1 — becoming horizontal when far from inclusion, σ_2 — becoming vertical when far from inclusion, σ_3 — normal to the plane of graph; and angle φ , degrees, between direction of σ_1 and horizontal axis; stresses are expressed in MPa

METODA ŚWIATEŁA ROZPROSZONEGO

Przytoczone przykłady wskazują na możliwości zastosowania metody transmisyjnej do badań w mikroskali. Jednakże w sytuacjach braku symetrii lub obecności wielu wtrąceń nie znajduje ona zastosowania. Pomocna wtedy może być metoda światła rozproszonego, której podstawą jest obserwacja, że światło niespolaryzowane rozpraszane prostopadle do kierunku propagacji ulega polaryzacji liniowej. Zatem proces rozpraszania jest odpowiednikiem wewnętrznego źródła światła spolaryzowanego. Polaryzacja światła rozproszonego ulega modyfikacji przez naprężenia obecne na dalszej jego drodze w próbce.

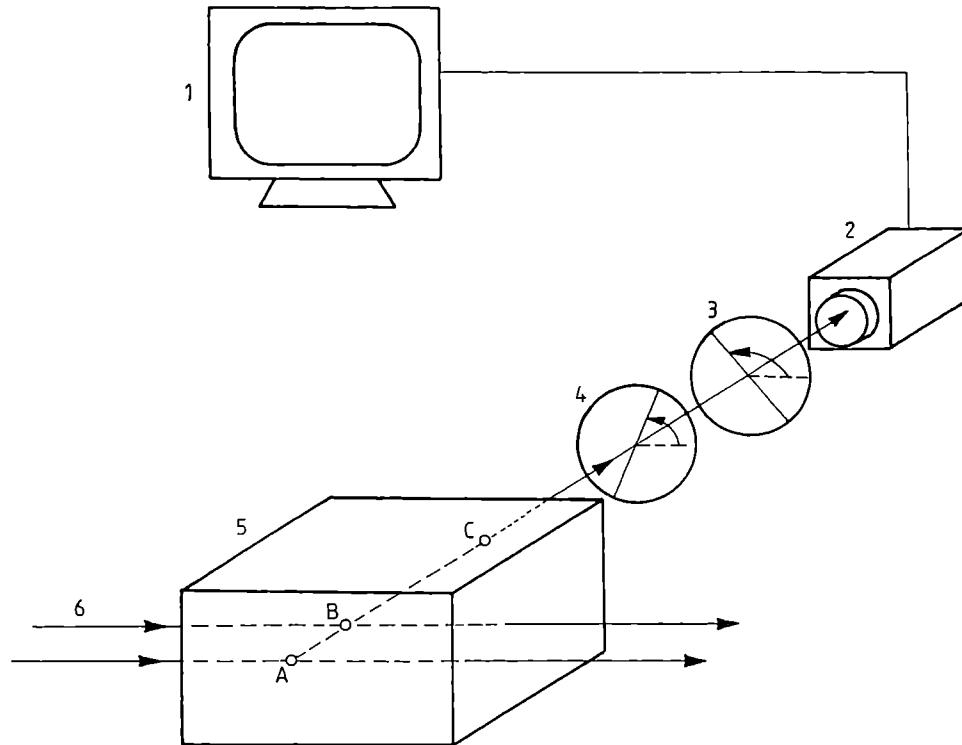
Zasadę metody światła rozproszonego przedstawia rys. 6. Dwa promienie świetlne przechodzące przez próbkę (5) zostają rozproszone w punktach A i B; oba wychodzą z próbki w punkcie C. Stan polaryzacji mierzy się za pomocą ćwierćfalówki (4) i analizatora (3). Obrazy optyczne, formowane osobno przez każdy z promieni, są rejestrowane kamerą (2), a ich intensywność, zależna od położenia elementów optycznych, stanowi podstawę do obliczania składowych naprężeń.

Opis zmian stanu polaryzacji na drodze od punktu A do kamery ma postać:

$$A'' = M_A \cdot M_Q \cdot M_{AC} \cdot A_0 \quad (12)$$

gdzie: A_0 — wektor świetlny w punkcie A, A'' — wektor świetlny docierający do kamery, M_{AC} — macierz ośrodka na drodze AC, M_Q — macierz ćwierćfalówki, M_A — macierz analizatora.

Pełna postać równania (12) to:



Rys. 6. Schemat stanowiska pomiarowego i sposobu postępowania w metodzie światła rozproszonego; 1, 2, 3 i 4 — jak na rys. 1, 5 — badany obiekt, 6 — światło laserowe (dalsze objaśnienia w tekście)

Fig. 6. The scattered light method and the measuring equipment: 1, 2, 3, 4 — as in Fig. 1; 5 — object examined, 6 — laser beam

$$\begin{bmatrix} A_x'' \\ A_y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \gamma & \sin \gamma \cos \gamma \\ \sin \gamma \cos \gamma & \sin^2 \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \exp(i\pi/4) \cos^2 \alpha + \exp(-i\pi/4) \sin^2 \alpha & (\exp(i\pi/4) - \exp(-i\pi/4)) \sin \alpha \cos \alpha \\ (\exp(i\pi/4) - \exp(-i\pi/4)) \sin \alpha \cos \alpha & \exp(i\pi/4) \cos^2 \alpha + \exp(-i\pi/4) \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{x_0} \\ A_{y_0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \cos \delta'' \cos \theta'' + i \sin \delta'' \cos(2\varphi'' + \theta'') & \cos \delta'' \sin \theta'' + i \sin \delta'' \sin(2\varphi'' + \theta'') \\ \cos \delta'' \sin \theta'' + i \sin \delta'' \sin(2\varphi'' + \theta'') & \cos \delta'' \cos \theta'' - i \sin \delta'' \cos(2\varphi'' + \theta'') \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{x_0} \\ A_{y_0} \end{bmatrix}$$

gdzie: A_x'' i A_y'' — końcowe składowe wektora świetlnego wzdłuż osi x i y , A_{x_0} i A_{y_0} — składowe początkowe.

Intensywność światła dochodzącego do kamery zależy od położenia elementów optycznych — ćwierćfalówki i analizatora — opisywanych kątami α i γ .

Rejestracja natężenia światła (I) w warunkach czte-

są iloczynami odpowiednich wektorów świetlnych i ich hermitowskich sprzężeń.

Drugi analizowany promień świetlny po rozproszeniu w punkcie B przechodzi przez materiał wzdłuż po-

$$\begin{aligned} I_x &= 0.5 \cdot I_0 \cdot [1 - \cos^2 \delta'' \sin 2\theta'' - \sin^2 \delta'' \sin(4\varphi'' + 2\theta'')] & \text{gd } \alpha = 135^\circ, \gamma = 135^\circ \\ I_y &= 0.5 \cdot I_0 \cdot [1 - \sin 2\delta'' \sin 2\varphi''] & \text{gd } \alpha = 135^\circ, \gamma = 0^\circ \\ I_r &= I_0 \cdot [\cos^2 \delta'' \sin^2 \theta'' + \sin^2 \delta'' \sin^2(2\varphi'' + \theta'')] & \text{gd } \alpha = 90^\circ, \gamma = 0^\circ \\ I_p &= I_0 \cdot [\cos^2 \delta'' \cos^2 \theta'' + \sin^2 \delta'' \cos^2(2\varphi'' + \theta'')] & \text{gd } \alpha = 0^\circ, \gamma = 0^\circ \\ I_0 &= I_r + I_p \end{aligned} \quad (14)$$

rech różnych położenia analizatora i ćwierćfalówki pozwala na wyznaczenie z przekształconego równania (13) kierunków charakterystycznych φ'' , θ'' oraz opóźnienia charakterystycznego $2\delta''$.

Korzysta się tu z faktu, że wektory natężeń I_x , I_y , I_r , I_p

dobnej drogi z wyjątkiem odcinka AB i jest opisywany analogicznie do równania (12):

$$A' = M_A \cdot M_Q \cdot M_{BC} \cdot A'_0 \quad (15)$$

Macierz Jonesa ma tu postać (16):

$$M_{BC} = \begin{bmatrix} \cos \delta' \cos \theta' + i \sin \delta' \cos(2\varphi' + \theta') & -\cos \delta' \sin \theta' + i \sin \delta' \sin(2\varphi' + \theta') \\ \cos \delta' \sin \theta' + i \sin \delta' \sin(2\varphi' + \theta') & \cos \delta' \cos \theta' - i \sin \delta' \cos(2\varphi' + \theta') \end{bmatrix} \quad (16)$$

gdzie: $2\delta'$, θ' , φ' — drugi komplet parametrów charakterystycznych.

Wpływ naprężeń na stan polaryzacji światła na odcinku AC może być opisany macierzą M_{AC} lub równoważnie iloczynem macierzy w odniesieniu do części AB i BC tego odcinka:

$$M_{AC} = M_{BC} \cdot M_{AB} \quad (17)$$

Macierz M_{AB} opisuje wpływ naprężeń w elemencie AB na polaryzację przechodzącego światła:

$$M_{AB} = M_{BC}^{-1} \cdot M_{AC} = \begin{bmatrix} \cos \delta + i \sin \delta \cos 2\psi & i \sin \delta \sin 2\psi \\ i \sin \delta \sin 2\psi & \cos \delta - i \sin \delta \cos 2\psi \end{bmatrix} \quad (18)$$

gdzie: δ — opóźnienie światła w elemencie AB, proporcjonalne do różnicy wtórnych naprężeń głównych [patrz równanie (4)]; ψ — kierunek jednego z wtórnych naprężeń głównych.

Zarówno δ , jak i ψ można obliczyć z równania (18), jeżeli zostały zmierzone parametry charakterystyczne wchodzące do macierzy M_{AC} i M_{BC} .

Podobnie jak w metodzie transmisyjnej, polaryzacja światła w elemencie AB nie jest zmieniana przez składowe naprężeń prostopadłe do biegu światła. Dlatego też do wyznaczenia trójwymiarowego stanu naprężeń w elemencie AB należy go także prześwietlić wiązkami światła pod dwoma dodatkowymi kierunkami. W rezultacie otrzymuje się układ sześciu równań (19), zawierających kierunki ψ , ψ_1 , ψ_2 i różnice wtórnych naprężeń głównych $\Delta\sigma$, $\Delta\sigma_1$, $\Delta\sigma_2$ w AB w odniesieniu do trzech orientacji (0 , γ_1 , γ_2) przechodzącego światła:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \\ \operatorname{tg} 2\psi &= \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \\ \Delta\sigma_1^2 &= [\cos^2 \gamma_1 \cdot (\sigma_x - \sigma_y) + \sin^2 \gamma_1 \cdot (\sigma_z - \sigma_y) - \sin 2\gamma_1 \cdot \tau_{xz}]^2 + \\ &+ 4[\cos \gamma_1 \cdot \tau_{xy} - \sin \gamma_1 \cdot \tau_{yz}]^2 \\ \operatorname{tg} 2\psi_1 &= \frac{2[\tau_{xy} \cos \gamma_1 - \tau_{yz} \cdot \sin \gamma_1]}{(\sigma_x - \sigma_y) \cdot \cos^2 \gamma_1 + (\sigma_z - \sigma_y) \cdot \sin^2 \gamma_1 - \tau_{xz} \cdot \sin 2\gamma_1} \quad (19) \\ \Delta\sigma_2^2 &= [\cos^2 \gamma_2 \cdot (\sigma_x - \sigma_y) + \sin^2 \gamma_2 \cdot (\sigma_z - \sigma_y) - \sin 2\gamma_2 \cdot \tau_{xz}]^2 + \\ &+ 4[\cos \gamma_2 \cdot \tau_{xy} - \sin \gamma_2 \cdot \tau_{yz}]^2 \end{aligned}$$

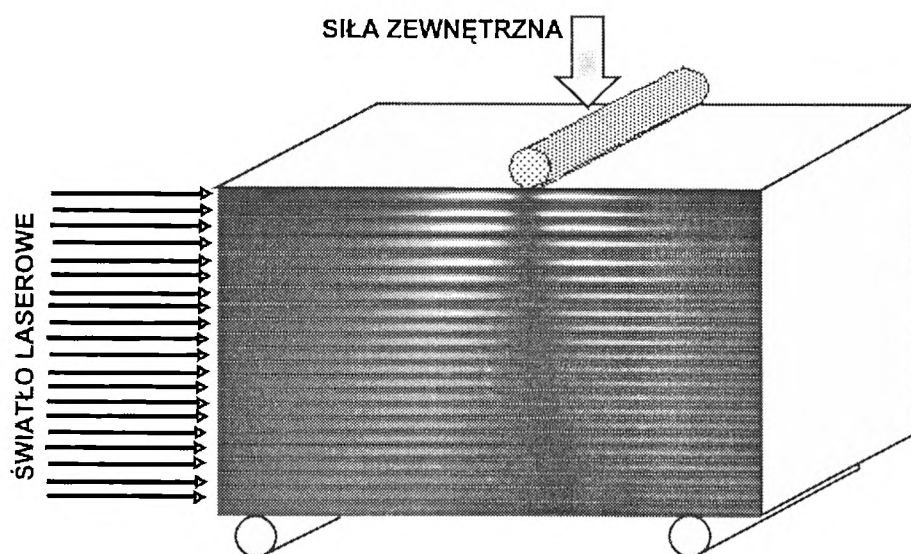
$$\operatorname{tg} 2\psi_2 = \frac{2[\tau_{xy} \cos \gamma_2 - \tau_{yz} \cdot \sin \gamma_2]}{(\sigma_x - \sigma_y) \cdot \cos^2 \gamma_2 + (\sigma_z - \sigma_y) \cdot \sin^2 \gamma_2 - \tau_{xz} \cdot \sin 2\gamma_2}$$

Uwzględniono tu reguły rotacji składowych z układu współrzędnych związanego z kierunkiem rozchodzenia światła do układu kartezjańskiego. Układ równań (19) pozwala na wyznaczanie różnic $\sigma_x - \sigma_y$ i $\sigma_z - \sigma_y$ oraz naprężeń ścinających τ_{xy} , τ_{xz} i τ_{yz} . Do separacji poszczególnych składowych tensora naprężeń można wykorzystać równanie równowagi (11).

Metoda elastooptyczna światła rozproszonego wymaga nieco innego układu pomiarowego niż metoda transmisyjna (por. rys. 6). Ponieważ zwykle natężenie światła rozproszonego jest niewielkie, istotne jest użycie silnego źródła światła (np. lasera He-Ne o mocy 18 mW) i czułego układu rejestracji światła rozproszonego. W przypadku naszego stanowiska była to kamera CCD o czułości 0,02 luksa, połączona z komputerem za pośrednictwem 10-bitowego przetwornika czarno-białego obrazu telewizyjnego.

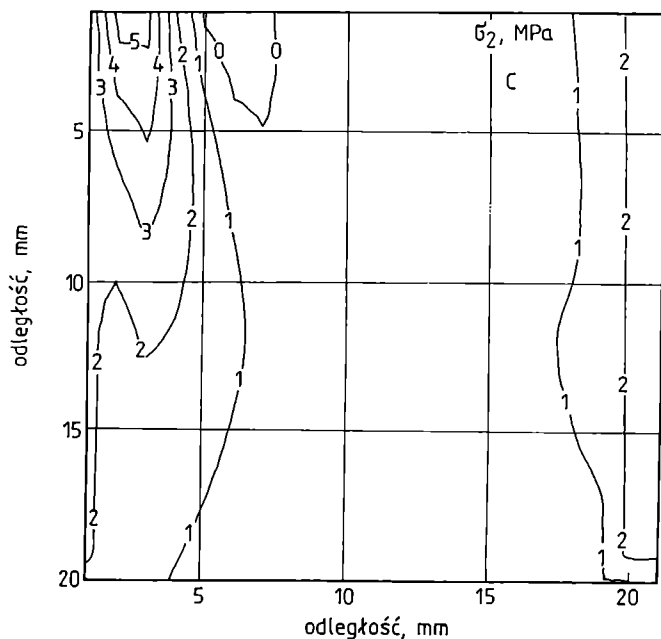
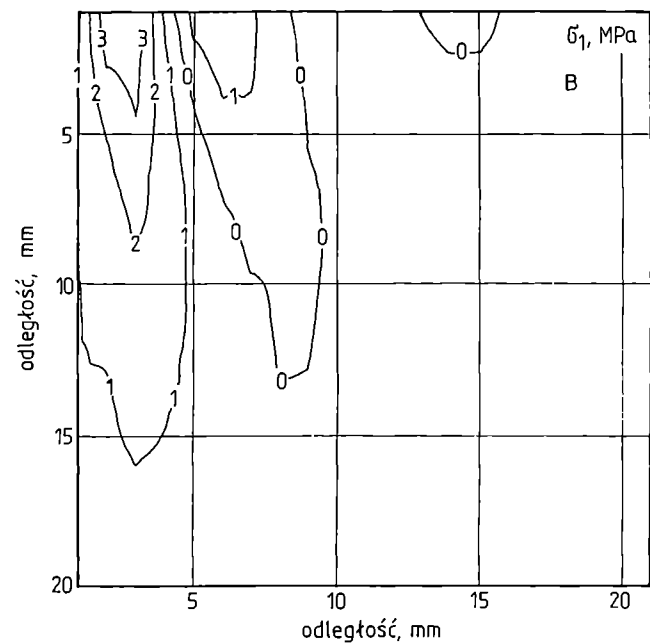
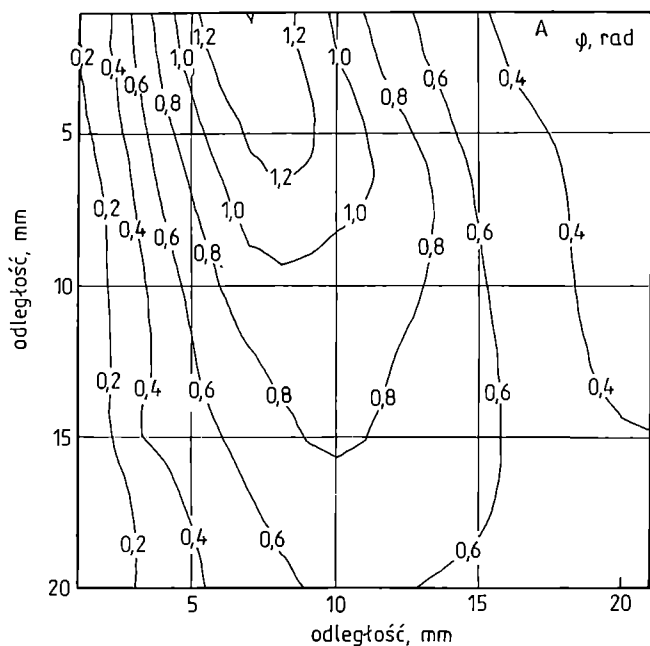
Światła rozproszonego użyliśmy do określenia rozkładów naprężeń występujących w jednolitym bloku żywicy epoksydowej poddawany zginaniu. Składniki żywicy epoksydowej zostały poddane filtracji, do żywicy wprowadzono nanocząstki zwiększające rozpraszanie światła. Szczegóły preparacji i eksperymentu zawiera praca [24]. Blok epoksydowy o wymiarach $40 \cdot 20 \cdot 6$ mm, został podparty na obu końcach, a na środek jego górnej powierzchni działała siła zewnętrzna. Światło rozproszone w bloku tworzyło obrazy elastooptyczne, z rozjaśnieniami symetrycznymi w stosunku do punktu nacisku. Rysunek 7 pokazuje widziany przez kamerę obraz elastooptyczny odpowiadający złożeniu kolejnych położenia wiązki światła laserowego.

Zgodnie z opisanym postępowaniem udało się doprowadzić do określenia składowych naprężeń. Wyniki przedstawiają rys. 8a—c. Maksymalne naprężenie, skierowane od powierzchni, było większe od 5 MPa; druga składowa naprężeń nie przekraczała 3,5 MPa. Choć w całej próbce występowały naprężenia, to jednak obszar ich dużych wartości był stosunkowo niewielki.



Rys. 7. Schemat prowadzenia obserwacji podczas zginania bloku z żywicy epoksydowej. Na przedniej ścianie zilustrowano obraz elastooptyczny uzyskany w wyniku złożenia obrazów utworzonych przez wiązki laserowe w położeniach oddalonych od siebie o 1 mm

Fig. 7. Observation of an epoxy resin block being bent; front wall shows the photoelastic image produced by scattered laser beams, registered at positions 1 mm apart



Rys. 8. Naprężenia w analizowanym bloku żywicy epoksydowej przedstawionym na rys. 7 (ze względu na symetrię naprężeń pokazano tylko jego prawą część). Punkt nacisku znajduje się w górnym lewym rogu. A) kierunek naprężenia σ_2 , liczony w radianach od osi pionowej; B) naprężenie główne σ_1 ; C) naprężenie główne σ_2 ; odległości na osiach w mm

Fig. 8. Stresses in the epoxy resin block of Fig. 7 (symmetry allows to show only the right hand side of the sample); loading point is located in the left upper corner of the graph: A — deflection in radians, of stress σ_2 from horizontal direction, B — principal stress σ_1 , C — principal stress σ_2 ; stresses expressed in MPa, distances on axes are in mm

PODSUMOWANIE

Przedstawione metody (transmisyjna i rozproszeniowa) ilustrują możliwości określania naprężeń wewnętrznych w polimerach na podstawie nieniszczących pomiarów, dokonywanych na podstawie znajomości zjawisk elastooptycznych w tych materiałach. Ze względu na typowo występujące skomplikowane, trójwymiarowe rozkłady naprężeń, pomiary wymagają dobrej jakości aparatury i odpowiedniego oprogramowania komputerowego. Do pełnego wykorzystania informacji z pomiarów niezbędne jest zastosowanie metod matematycznych.

Podane przykłady ilustrują zakres zastosowania obu metod i ich wzajemne uzupełnianie się.

LITERATURA

1. Goodier J.: *Trans. ASME* 1933, 55, 39.
2. Edwards R. H.: *J. Appl. Mech., Trans. ASME* 1951, 73, 19.
3. Hashin Z.: *J. Appl. Mech.* 1991, 58, 444.
4. Timoshenko S., Goodier J.: „*Theory of Elasticity*”, McGraw Hill, Nowy Jork 1951.
5. Mikata Y., Taya M.: *J. Appl. Mech.* 1985, 52, 19.
6. Cox H. L.: *Br. J. Appl. Phys.* 1952, 3, 72.
7. Doroszkiewicz R. S.: „*Elastooptyka*”, PWN, Warszawa — Poznań 1975.
8. Aben H.: „*Integrated Photoelasticity*”, McGraw Hill, Nowy Jork 1979.
9. Theocaris P. S., Gdoutos E. E.: „*Matrix Theory of Photoelasticity*”, Springer-Verlag, Berlin 1979.
10. Wang H. B., Li S. J., Zhou H. W., Yu T. Y., Jin X. W.: *Polym. Eng. Sci.* 1992, 32, 678.
11. Wang H. B., Li S. J., Yu T. Y.: *Polym. Eng. Sci.* 1993, 33, 474.
12. Tyson W. R., Davies G. J.: *Brit. J. Appl. Phys.* 1965, 16, 199.
13. Mac Laughlin T. F.: *Exp. Mech.* 1966, 6, 481.
14. Allison I. M., Holloway L. C.: *Brit. J. Appl. Phys.* 1967, 18, 979.
15. Shuster M., Sherman D., Siegmann A.: *Polym. Compos.* 1966, 17, 568.
16. Sutliff D. R., Pih H.: *Exp. Mech.* 1973, 13, 294.
17. Pawlak A., Galeski A.: *Polym. Eng. Sci.* 1996, 36, 2736.
18. Pawlak A., Galeski A.: *Polym. Eng. Sci.* 1996, 36, 2727.
19. Pawlak A., Galeski A.: *Opt. Eng.* 1995, 34, 3398.
20. Gross-Petersen J.: *Exp. Mech.* 1974, 14, 317.
21. Kihara T.: *Exp. Mech.* 1997, 37, 39.
22. Pawlak A., Zinck P., Galeski A.: Gerard J-F.: wysłane do *Polym. Compos.*
23. Pawlak A., Galeski A.: *J. Appl. Polym. Sci.*, w druku.
24. Wiecek T., Pawlak A., Wasilewski A., Galeski A.: *Opt. Eng.*, w przygotowaniu.