

RYSZARD STELLER<sup>1)</sup>, JACEK IWKO<sup>2)</sup>

## Modelowanie procesu uplastyczniania polimerów podczas wtryskiwania

### Cz. II. STREFA STAPIANIA <sup>\*)</sup>

**Streszczenie** — Przedstawiono teoretyczną analizę zjawisk zachodzących w strefie stapienia układu uplastyczniającego wtryskarki ślimakowej a także zależności matematyczne umożliwiające opis stapienia tworzywa polimerowego w kanale ślimaka trójstrefowego w warunkach statycznych (ślimak nieruchomy) i dynamicznych (ślimak obracający się i cofający). Omówiono również charakter sprzężeń pomiędzy etapami stapienia statycznego i dynamicznego oraz metody iteracyjne, umożliwiające numeryczną symulację zmian względnej szerokości złoża stałego na różnych etapach cyklu wtryskowego. Jest to niezbędne do obliczeń podstawowych charakterystyk procesu uplastyczniania.

**Słowa kluczowe:** polimery, wtryskiwanie, proces uplastyczniania, model matematyczny, stapienie statyczne, stapienie dynamiczne.

MODELLING OF THE PROCESS OF POLYMERS PLASTICIZATION DURING INJECTION MOLDING. Part II. THE MELTING ZONE

**Summary** — A theoretical analysis of the phenomena occurring in the melting zone of injection screw molding machine has been presented. Mathematical expressions describing polymer melting in a three-zone screw channel under static (immobile screw) and dynamic (rotating or withdrawing screw) conditions have also been presented. The nature of coupling between the static and dynamic phases of melting process as well as the iteration methods enabling the numerical simulation of changes in the width of the relative solid bed at different stages of the injection cycle (Fig. 2.) have been discussed. The described models are indispensable tools for the calculation of the basic characteristics of the plasticization process.

**Keywords:** polymers, injection molding, plasticization, mathematical model, static melting, dynamic melting.

Przedstawiona poniżej publikacja stanowi drugi z cyklu artykułów poświęconych modelowaniu procesu uplastyczniania tworzyw polimerowych w toku wtryskiwania ślimakowego. W pierwszym artykule z tego cyklu [1] sprecyzowano założenia dotyczące struktury teoretycznego modelu procesu uplastyczniania oraz opartego na nim komputerowego modelu symulacyjnego. Omówiono podstawowe parametry geometryczne, materiałowe i robocze niezbędne do opisu działania układu uplastyczniającego wtryskarki. Przedstawiono teoretyczną

analizę transportu tworzywa stałego w strefie zasilania ślimaka, której podstawą jest klasyczny model transportu odnoszący się do wyłaczania ustalonego [2, 3]. Uwzględniono jednak przy tym wsteczny ruch obracającego się ślimaka charakterystyczny w przypadku wtryskiwania oraz przedyskutowano wynikające stąd konsekwencje wpływające na dynamikę pracy ślimaka wtryskowego.

Niniejszy artykuł dotyczy opisu procesu stapienia polimeru podczas wtryskiwania obejmującego zarówno stapienie statyczne (ślimak nieruchomy) oraz stapienie dynamiczne (ślimak obracający się i cofający). W tym drugim wariantcie, który obejmuje stapienie wstępne (tzw. strefę przejściową) oraz stapienie właściwe, analizę oparto na teorii wyłaczania nieustalonego (dynamicznego) [4] uwzględniającego jednak ruch wsteczny ślimaka trójstrefowego. W opisie stapienia statycznego podstawę stanowi znane rozwiązanie zagadnienia Neumana [5–7] rozszerzone dodatkowo na ślimak trójstrefowy o zmien-

<sup>1)</sup> Politechnika Wroclawska, Wydział Chemiczny, Zakład Inżynierii i Technologii Polimerów, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, e-mail: ryszard.steller@pwr.wroc.pl

<sup>2)</sup> Politechnika Wroclawska, Wydział Mechaniczny, Laboratorium Tworzyw Sztucznych, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, e-mail: jacek.iwko@pwr.wroc.pl

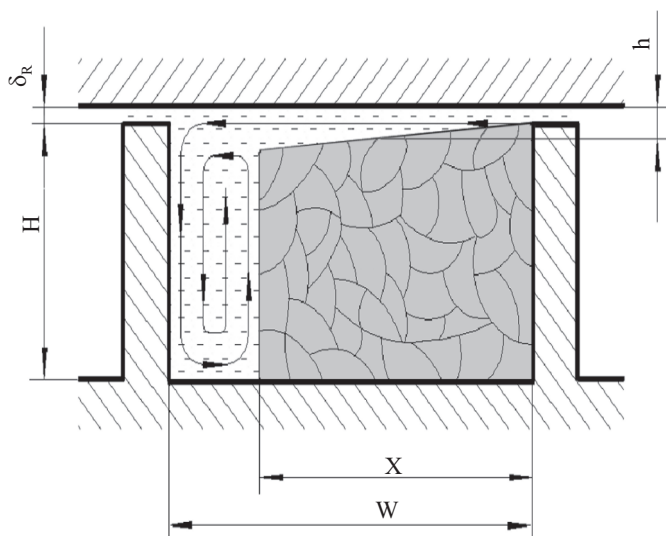
<sup>\*)</sup> Cz. I — por. [1].

nej charakterystyce geometrycznej. Szczegółowo przedyskutowano także sprzężenia istniejące między fazą stapiania statycznego i dynamicznego oraz różnymi parametrami procesu wtryskiwania określającymi ostateczny rozkład szerokości złoza stałego wzdłuż kanału ślimaka; zasadniczo różni się on od rozkładu złoza stałego w geometrycznie podobnym ślimaku wytłaczarki ze względu na zupełnie odmienną dynamikę pracy obu układów uplastyczniających.

Jeżeli pominiemy wsteczny ruch obracającego się ślimaka, opis transportu tworzywa stałego podczas wtryskiwania jest w zasadzie bardzo podobny do odpowiedniego opisu dotyczącego wytłaczania [2]. Jak już wspomniano, podstawowe różnice pomiędzy wtryskiwaniem i wytłaczaniem występują jednak w strefie stapiania, gdyż podczas wtryskiwania tworzywo jest stapiane w warunkach zarówno dynamicznych, jak i statycznych (ślimak, odpowiednio, obracający się bądź nieruchomy), podczas gdy w procesie wytłaczania statyczna faza stapiania nie występuje.

### STAPIANIE DYNAMICZNE

Tworząc matematyczny model stapiania tworzywa podczas wtryskiwania założyliśmy, że mechanizm stapiania dynamicznego jest jakościowo podobny do mechanizmu stapiania w procesie wytłaczania, który opisuje klasyczna teoria Tadmora [2] oraz jej modyfikacje [6, 8–10]. Zakłada ona istnienie strefy stapiania wstępnego, w której tworzywo stałe całkowicie wypełnia kanał, natomiast na styku z ogrzewanym cylindrem o znanej temperaturze  $T_b$  pojawia się warstewka stopionego tworzywa, której grubość stopniowo rośnie aż do osiągnięcia określonej krytycznej wartości  $\delta_w$ . Jest to początek strefy stapiania właściwego,



Rys. 1. Przekrój poprzeczny kanału ślimaka w strefie uplastyczniania

Fig. 1. Cross-sectional view of the screw channel in the plasticization zone

gdzie w przekroju kanału, oprócz warstwy stapiania oraz złoza stałego, występuje obszar cyrkulującego stopionego tworzywa o pewnej szerokości wypełniającego kanał na całej wysokości (rys. 1). W miarę postępu stapiania tworzywa na długości strefy udział złoza stałego stopniowo maleje a wzrasta udział tworzywa stopionego. W opisie przebiegu stapiania dynamicznego podstawową rolę odgrywa zdefiniowanie tzw. funkcji szybkości stapiania  $\omega$ , która przedstawia natężenie przepływu stopionego tworzywa wypływającego z warstwy stapiania o jednostkowej długości. Przyjęliśmy, że ze względu na bardzo niewielką grubość warstwy, równowaga w niej ustala się dostatecznie szybko. Dlatego też funkcja szybkości stapiania może być zdefiniowana tak jak w teorii Tadmora dla uplastyczniania podczas wytłaczania ustalonego [2], w której trzeba jednak uwzględnić wsteczny ruch obracającego się ślimaka o pewnej szybkości  $U$ .

Zakładając, że właściwości reologiczne tworzywa stopionego opisuje równanie potęgowe:

$$\tau = m_0 \left( \Pi \dot{\gamma} \right)^{\frac{n-1}{2}} \dot{\gamma} \quad (1)$$

gdzie:  $\tau$  i  $\dot{\gamma}$  — odpowiednio, tensory naprężenia i prędkości odkształcenia,  $\Pi \dot{\gamma}$  — drugi niezmiennik tensora  $\dot{\gamma}$  prędkości odkształcenia,  $m_0$  oraz  $n$  — stałe materiałowe równania potęgowego,

można otrzymać następujące wyrażenie na szybkość stapiania  $\omega$  jako funkcję względnej szerokości złoza stałego  $X/W$ :

$$\omega = \Phi_s W \sqrt{X/W} \quad (2)$$

przy czym:

$$\Phi_s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{V_{bx}^* U_2 \rho_m [2k_m (T_b - T_m) + U_1]}{W [c_s (T_m - T_s) + c_m \Theta (T_b - T_m) + \lambda]}} \quad (3)$$

$$V_{bx}^* = V_b \frac{\sin(\varphi_0 - \gamma)}{\cos \gamma} \quad (4)$$

$$U_1 = 2m_0 V_j^{n+1} \frac{e^{-b} + b - 1}{b^2} \left( \frac{b}{1 - e^{-b}} \right)^{n+1} \delta_w^{1-n} \quad (5)$$

$$U_2 = 2 \left( \frac{1}{1 - \exp(-b)} - \frac{1}{b} \right) \quad (6)$$

$$b = \frac{a}{n} (T_b - T_m) \quad (7)$$

$$\gamma = \arctan \left( \frac{U}{V_b} \right) \quad (8)$$

$$\delta_w = \sqrt{\frac{[2k_m (T_b - T_m) + U_1] W}{V_{bx}^* U_2 \rho_m [c_s (T_m - T_s) + c_m \Theta (T_b - T_m) + \lambda]}} \quad (9)$$

Poszczególne symbole w równaniach (2–9) oznaczają odpowiednio:  $\rho_m$  — ciężar właściwy tworzywa stopionego,

$k_m$  — przewodnictwo cieplne tworzywa stopionego,  $T_b$  — średnia temperatura cylindra w części ogrzewanej,  $T_m$  — temperatura płynięcia tworzywa,  $W$  — średnia szerokość kanału ślimaka,  $X$  — szerokość złoza tworzywa stałego,  $c_s$  — ciepło właściwe (pod stałym ciśnieniem) tworzywa stałego,  $c_m$  — ciepło właściwe (pod stałym ciśnieniem) tworzywa uplastycznionego,  $T_s$  — średnia temperatura złoza stałego,  $\Theta$  — bezwymiarowa średnia temperatura warstewki stopionego tworzywa,  $\lambda$  — ciepło topnienia tworzywa (w przypadku tworzyw częściowo krystalicznych),  $V_{bx}^*$  — składowa prędkości obwodowej cylindra w kierunku  $x$  prostopadłym do osi kanału,  $V_b$  — prędkość obwodowa cylindra,  $V_j$  — prędkość warstwy stałej tworzywa względem cylindra,  $\varphi_0$  — kąt wzniosu linii śrubowej ślimaka,  $U$  — prędkość ruchu wstecznego ślimaka,  $U_1$  — współczynnik określający jednostkowy strumień ciepła generowany wskutek tarcia wewnętrznej w warstwie stapiania,  $U_2$  — współczynnik określający zmniejszenie natężenia przepływu cieczy nielawtonowskiej w stosunku do przepływu cieczy newtonowskiej w warstwie stapiania,  $\delta_w$  — krytyczna grubość warstwy stopionego tworzywa.

Krytyczną grubość warstwy stopionego tworzywa  $\delta_w$  przedstawioną wzorem (9) wyznaczono wykorzystując znaną zależność opisującą wysokość warstwy uplastycznionego tworzywa jako funkcję szerokości złoza tworzywa stałego  $X$  [1]. Z równań (5) i (9) widać, że wielkości  $\delta_w$  oraz  $U_1$  są wzajemnie uwikłane. Można je obliczyć rozwiązując układ równań (5) i (9), np. iteracyjnie, empirycznie dobierając przy tym pewną wielkość  $\delta_{w0}$  zapewniającą zbieżność procedury iteracyjnej.

Jak już wspomniano, w strefie stapiania wstępnego, której początek przypada w miejscu zetknięcia się stałego tworzywa z ogrzewaną częścią cylindra, na powierzchni styku materiału z nagrzaną ścianą cylindra zaczyna tworzyć się cienka warstewka stopionego tworzywa. Zgodnie z sugestiami innych autorów wg [2, 11] założyliśmy, że grubość tej warstwy zwiększa się w sposób liniowy na długości strefy stapiania wstępnego proporcjonalnie do szybkości stapiania  $\omega$  odniesionej do kanału wypełnionego materiałem stałym na całej szerokości, tzn. dla  $X = W$  we wzorze (2). Strefa przejściowa kończy się tam, gdzie grubość warstwy stopionego tworzywa osiąga wartość krytyczną  $\delta_w$ .

Ponieważ:

$$\dot{G}_m = \rho_s W h V_{sz} = \omega z \quad (10)$$

gdzie:  $\rho_s$  — gęstość tworzywa stałego,  $h$  — wysokość warstewki stopionego tworzywa,  $V_{sz}$  — prędkość złoza stałego wzdłuż kanału wynikająca z teorii transportu tworzywa stałego [1]

z równań (2) i (10) otrzymuje się dla  $X = W$ :

$$h = \frac{\Phi_s}{\rho_s V_{sz}} z \quad (11)$$

Długość strefy stapiania wstępnego określa się z warunku  $z = z_p$  dla  $h = \delta_w$ . Przechodząc do przyrostów skończonych, z wyrażenia (11) otrzymuje się ostateczny wzór (12) określający długość strefy stapiania wstępnego  $l_p$  wyrażoną liczbą kroków obliczeniowych (co jest dogod-

niejsze w tworzeniu symulacyjnego modelu komputerowego i dlatego będzie konsekwentnie stosowane w dalszym tekście):

$$l_p = \frac{\delta_w \rho_s V_{sz}}{\Phi_s \Delta} \quad (12)$$

gdzie:  $\Delta$  — długość jednego kroku obliczeniowego.

Mimo iż szybkość stapiania dynamicznego  $\omega$  podczas wtryskiwania może być opisana zależnościami słusznymi dla procesu wytłaczania ustalonego (skorygowanymi o prędkość ruchu wstecznego ślimaka), to względna szerokość złoza stałego w strefie stapiania właściwego oraz położenie tej strefy w kanale ewoluują w czasie i przeszerzeni podczas obrotów ślimaka. Efekt ten, który nie występuje w wytłaczarce, wynika z faktu, że czas rotacji ślimaka wtryskowego jest względnie krótki, w przeciwieństwie do wytłaczania ustalonego, gdzie jest on, teoretycznie biorąc, nieskończenie długi. Ten nierównowagowy charakter stapiania dynamicznego podczas wtryskiwania jest (oprócz ruchu wstecznego ślimaka) drugim czynnikiem odróżniającym stapianie dynamiczne we wtryskarce od stapiania dynamicznego w wytłaczarce. Dlatego też stapianie dynamiczne podczas wtryskiwania staje się coraz bardziej podobne do wytłaczania z przedłużaniem czasu rotacji ślimaka wtryskowego (i/lub skracaniem czasu jego bezruchu).

Obecnie istnieją dwie podstawowe koncepcje ujmujące nierównowagowy proces stapiania dynamicznego podczas wtryskiwania. Matematycznie prostsza teoria Donovanana [5] wymaga znajomości pewnej stałej fenomenologicznej, charakterystycznej dla danego tworzywa, podczas gdy bardziej złożona matematycznie koncepcja tzw. wytłaczania dynamicznego Tadmora [4] nie ma tego rodzaju ograniczeń, wykorzystując równocześnie szereg elementów teorii wytłaczania ustalonego, jak np. funkcję szybkości stapiania  $\omega$ . Z tego względu podjęliśmy decyzję wykorzystania koncepcji Tadmora, dostosowując ją przy tym do warunków działania ślimaka trójstrefowego w odróżnieniu od dotychczasowych, nielicznych prac, w których omawia się jedynie ślimak jednostrefowy nie uwzględniając przy tym jego ruchu wstecznego [12, 13].

Podstawą do opracowania modelu stapiania właściwego przy użyciu ślimaka trójstrefowego jest zdefiniowanie funkcji rozkładu względnej szerokości złoza stałego. Jej wyznaczenie umożliwi w dalszej kolejności określenie profilu ciśnienia i temperatury oraz obliczenie zużycia np. energii, bądź mocy. Zagadnienia te zostaną omówione w odrębnych artykułach.

Ze względu na zmienną wysokość warstwy stapiania i wysokość kanału, profil strefy stapiania w zależności od liczby kroków obliczeniowych  $l$  ( $l = z/\Delta$ ) najdogodniej określić za pomocą funkcji:

$$A(l) = H(l) \frac{X(l)}{W} \quad (13)$$

gdzie:  $H(l)$  — względna wysokość kanału, którą w przypadku ślimaka trójstrefowego opisują zależności:

$$H(l) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 < l \leq l_a \\ 1 - \frac{R(l-l_a)\Delta}{H_z} & \text{dla } l_a < l \leq l_b \\ 1 - \frac{R(l_b-l_a)\Delta}{H_z} = \frac{H_d}{H_z} & \text{dla } l_b < l \leq l_c \end{cases} \quad (14)$$

gdzie:  $l_a$  — odległość końca strefy zasilania od początku ślimaka,  $l_b$  — odległość końca strefy sprężania od początku ślimaka,  $l_c$  — odległość końca strefy dozowania od początku ślimaka (długość ślimaka),  $R$  — wartość tangensa kąta zmiany średnicy rdzenia kanału w strefie sprężania,  $H_z$  — wysokość kanału w strefie zasilania,  $H_d$  — wysokość kanału w strefie dozowania.

Funkcja (13) określa stosunek pola powierzchni przekroju kanału zajmowanego przez złożę stałe do całkowitego pola powierzchni przekroju kanału w położeniu  $l$ . W przypadku procesu wtryskiwania,  $A$  jest także funkcją czasu  $t$ , tzn.  $A = A(l, t)$ .

Gdy uwzględni się powyższe założenia, z teorii wytłaczania dynamicznego wynika następujące nieliniowe cząstkowe równanie różniczkowe pierwszego rzędu na  $A(l, t)$ :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{V_{sz}}{\Delta} \frac{\partial A}{\partial l} = - \frac{\Phi_s}{\rho_s \sqrt{H(l)}} \sqrt{A} \quad (15)$$

Równanie (15) stanowi w swej istocie różniczkowy bilans masy odnoszący się do danego przekroju  $l$  podczas wykonywania przez ślimak ruchu obrotowego. Pomijając pochodną czasową, uzyskuje się równanie opisujące proces wytłaczania ustalonego zgodnie z klasyczną teorią wytłaczania [2].

Równanie (15) w przypadku ślimaka trójstrefowego można rozwiązać analitycznie [9, 14]. Ponieważ funkcja  $H(l)$  dla ślimaka trójstrefowego zdefiniowana jest przedziałowo zgodnie ze wzorem (14), rozwiązanie to jest bardzo złożone i dlatego nie będzie tu szczegółowo przytaczane.

Możliwe są też rozwiązania numeryczne równania (15) przy użyciu typowych metod numerycznych [2]. Jako warunek początkowy należy przyjąć:

$$A(l, 0) = A_s(l) \quad (16)$$

gdzie:  $A_s(l)$  — odpowiedni profil złoża stałego po fazie stapienia statycznego.

Zarówno mechanizm stapienia statycznego, jak i charakter sprężenia pomiędzy fazą stapienia statycznego i dynamicznego, który jest niezwykle istotny dla dynamiki pracy ślimaka wtryskowego, zostaną szczegółowo omówione w dalszej części artykułu.

Ogólna postać rozwiązania równania (15) wskazuje, że profil złoża stałego tuż przed lub tuż po zakończeniu fazy stapienia dynamicznego (tj. po czasie rotacji  $t_r$ )

$$A_f(l) = A(l, t_r) \quad (17)$$

stanowi funkcję pewnego wyjściowego profilu złoża (tuż przed lub tuż po rozpoczęciu fazy stapienia dynamiczne-

go), który położony jest jednak w innym przekroju niż profil końcowy. Dokładniej można to zapisać w postaci zależności funkcyjnej:

$$A_f(l) = f[A_s(l - l_u)] \quad (18)$$

gdzie:

$$l_u = \frac{t_r V_{sz}}{\Delta} \quad (19)$$

czyli wartość  $l_u$  stanowi długość, o jaką przesunął się do przodu klin stałego tworzywa w wyniku ruchu obrotowo-wstecznego ślimaka w czasie  $t_r$  jego rotacji. Należy podkreślić, że czas ten jest zależną od różnych parametrów procesu wielkością dynamiczną, a nie wielkością nastawianą, jak np. prędkość obrotowa ślimaka lub jego skok podczas wtrysku. Wyznaczenie wartości  $t_r$  stanowi jeden z istotnych elementów modelowania procesu uplastyczniania towarzyszącego wtryskiwaniu.

Teoria wytłaczania dynamicznego przewiduje, że w trakcie rotacji ślimaka od jego początku „nasuwa się” stopniowo profil złoża stałego charakterystyczny dla procesu ustalonego wytłaczania —  $A_e(l)$ . Wielkość tego „nasunięcia” dana jest wartością  $l_u$ , w której „zakodowane są” różne parametry robocze procesu, takie jak np. skok ślimaka (objętość dozowania) bądź ciśnienie uplastyczniania. Profil  $A_e(l)$  wynika z odnoszącej się do wytłaczania klasycznej teorii Tadmora [2], którą, jak wspomniano, opisuje równanie (15) bez pochodnej czasowej, tzn. dotyczące bardzo długiego czasu trwania obrotów ślimaka.

Należy w tym miejscu podkreślić, że profil  $A_f(l)$  po zaprzestaniu ruchu obrotowego ślimaka jest równocześnie profilem początkowym dla fazy omawianego poniżej stapienia statycznego. Wynika to ze wspomnianego już ścisłego sprężenia pomiędzy fazą stapienia statycznego i dynamicznego wyrażonego zależnościami (16) i (17). Determinuje ono dynamikę procesu uplastyczniania, a w konsekwencji i ewolucję profilu złoża stałego podczas cyklu wtryskowego. Ilościowa ocena tej ewolucji w czasie i przestrzeni jest możliwa do uzyskania w praktyce jedynie w wyniku komputerowej symulacji procesu z wykorzystaniem omawianych algorytmów.

## STAPIANIE STATYCZNE

Faza stapienia statycznego zaczyna się z chwilą zaprzestania ruchu obrotowo-wstecznego ślimaka, podczas którego ustala się omówiony w poprzednim punkcie pewien charakterystyczny profil złoża stałego  $A_f(l)$ . Zgodnie z ogólnymi założeniami dotyczącymi układu uplastyczniającego wtryskarki [1] przyjęliśmy, że w tej samej chwili położenie otworu zasypowego znajduje się w odległości  $l_k$  (obliczeniowa wartość skoku przy wtrysku) licząc od początku ślimaka. Założyliśmy ponadto, że stapienie wstępne (strefa przejściowa) rozpoczyna się w miejscu wejścia tworzywa w ogrzewaną strefę cylindra o stałej średniej temperaturze. W momencie zaprzestania ruchu, położenie grzałek — licząc także od początku śli-

maka — wynosi  $l_w$  (suma obliczeniowych wartości skoku ślimaka i odległości od otworu zasypowego). Wynika stąd, że strefa transportu tworzywa stałego ma stałą długość  $l_w - l_k$  (jej położenie w kanale ulega jednak zmianie!), po czym zaczyna się strefa przejściowa o pewnej długości  $l_p$  danej równaniem (12). Na dalszym odcinku kanału ślimaka, na którym grubość warstwy stopionego tworzywa pozostającego w kontakcie z gorącym cylindrem przekracza grubość krytyczną  $\delta_w$ , położona jest strefa stapiania właściwego. Przedstawiony powyżej układ podlega stapianiu statycznemu w czasie  $t_w$  (równemu czasowi chłodzenia i usuwania wyrobu), po czym, podczas fazy wtrysku, ślimak nie wykonując obrotów przesuwa się do przodu o wartość skoku  $l_k$  pozostając w tym położeniu przez czas  $t_d$  (równy czasowi docisku z ewentualnym uwzględnieniem pewnej poprawki związanej ze skończoną prędkością wtrysku). W chwili wtrysku do ogrzewanej strefy cylindra zostaje wprowadzona pewna nowa ilość stałego tworzywa znajdująca się pierwotnie w strefie zasilania. Podlega ona stapianiu statycznemu tylko w czasie  $t_d$ , podczas gdy reszta tworzywa jest stapiana w czasie  $t_w + t_d$ . Należy zaznaczyć, że w skrajnym przypadku, gdy wielkość skoku przy wtrysku przekracza odległość grzejników od otworu zasypowego, cała zawartość strefy zasilania może podlegać stapianiu statycznemu w czasie  $t_d$ .

Obliczenia zmian profilu względnej szerokości złoza stałego po okresie stapiania statycznego dokonano wykorzystując znany model stapiania statycznego, który został zaproponowany po raz pierwszy przez Donovana [5], a następnie nieco zmodyfikowany przez Tadmora [6]. Opiera się on na rozwiązaniu tzw. problemu Neumanna [7], zgodnie z którym grubość utworzonej warstwy stopionego tworzywa jako funkcja czasu stapiania statycznego jest dana wzorem:

$$\delta = k\sqrt{t} \quad (20)$$

gdzie:  $k$  — współczynnik proporcjonalności.

Współczynnik  $k$  jest pierwiastkiem nieliniowego równania algebraicznego:

$$\frac{(T_m - T_b)k_m \exp\left(\frac{-k^2}{4\alpha_m}\right)}{\sqrt{\pi\alpha_m} \operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{\alpha_m}}\right)} - \frac{(T_s - T_m)k_s \exp\left(\frac{-k^2}{4\alpha_s}\right)}{\sqrt{\pi\alpha_s} \operatorname{erfc}\left(\frac{k}{2\sqrt{\alpha_s}}\right)} = -\frac{k\lambda\rho_m}{2} \quad (21)$$

gdzie:  $k_s$  — przewodnictwo cieplne tworzywa stałego,  $\alpha_m$  — współczynnik przewodności cieplnej tworzywa stopionego,  $\alpha_s$  — współczynnik przewodności cieplnej tworzywa stałego.

Równanie (21) można rozwiązać iteracyjnie, np. metodą zaproponowaną w [12].

Równanie (20) jest słuszne dla przypadku, gdy pierwotna grubość warstwy stopionego tworzywa  $\delta_0$  w chwili rozpoczęcia stapiania statycznego jest równa zero. Ponieważ najczęściej  $\delta_0 > 0$  (np. w strefie stapiania właściwego), fakt ten uwzględnia się wprowadzając do zależności (20) odpowiednio poprawki empiryczne, jak np.

„pozorny czas stapiania właściwego” zaproponowany przez Tadmora [6]. Wyniki symulacji pokazały jednak, że poprawka Tadmora przewiduje zbyt silny spadek szybkości stapiania statycznego  $d\delta/dt$  ze wzrostem początkowej grubości warstwy stopionego tworzywa. W skrajnym przypadku prowadzi to do paradoksalnego wyniku, że im większa jest wyjściowa grubość warstwy stopionego tworzywa nad złożem stałym, tym mniejszy jest stopień jego końcowego uplastycznienia w stapianiu statycznym. Z tego względu wprowadziliśmy własną poprawkę na grubość warstwy:

$$\delta(t) = \delta_0 + k\sqrt{t} \quad (22)$$

Z równania (22) wynika, że początkowa grubość warstwy  $\delta_0$  stopionego materiału nie wywiera żadnego wpływu na szybkość stapiania statycznego. Oczywiście, w rzeczywistości wpływ taki na pewno musi istnieć, jednak — jak wskazują wyniki symulacji z zastosowaniem wzoru (22) — jest on bardzo niewielki.

Przyjęliśmy ponadto założenie, że w strefie stapiania właściwego tworzywo może być stapiane statycznie także od strony ślimaka, którego średnia temperatura jest równa temperaturze cylindra, przy czym na powierzchni kontaktu nie występuje początkowa warstwa stopionego tworzywa. Założenie to wynika z faktu, że strefa ta pozostaje zawsze w ogrzewanej części cylindra, a powierzchnia ślimaka jest w stałym kontakcie ze stopionym tworzywem. W konsekwencji, temperatura ślimaka jest zbliżona do temperatury cylindra, co pozostaje w zgodzie z danymi literaturowymi [2]. Założenia tego nie spełniają początkowe strefy ślimaka, które są okresowo wysuwane z ogrzewanej części cylindra.

Profil złoza stałego  $A_i(l)$  bezpośrednio po zakończeniu stapiania statycznego (tuż po rozpoczęciu obrotów ślimaka) oblicza się korzystając z prostego równania:

$$A_i(l) = A_j(l) \frac{H - \delta}{H - \delta_0} \quad (23)$$

gdzie:  $H$  — wysokość kanału w położeniu  $l$ ,  $\delta_0$  i  $\delta$  — odpowiednio, pierwotna oraz końcowa grubość warstwy stopionego tworzywa w położeniu  $l$ .

Zależność (23) obowiązuje w procesie stapiania statycznego jedynie od strony cylindra, przy czym wartość  $\delta$  oblicza się z wyrażenia (22) dla czasu  $t_d$ , lub  $t_w + t_d$  (parametr nastawiany) w zależności od tego, jak długo dana warstwa przebywała w ogrzewanej części cylindra. Uwzględniając stapianie statyczne od strony ślimaka, do równania (23) należy wprowadzić nowy człon, w którym  $\delta_0 = 0$  a wartość  $\delta$  oblicza się z równania (20). Uzyskany w ten sposób profil złoza stałego po fazie stapiania statycznego (23), którego sposób obliczania zaproponowano w pracy [11], jest funkcją wyjściowego profilu tuż po zatrzymaniu ślimaka  $A_j(l)$  oraz ilorazu grubości warstwy stałego tworzywa tuż przed rozpoczęciem obrotów i odpowiedniej grubości warstwy w stanie równowagi. Zakłada się przy tym, że w chwili rozpoczęcia ruchu obrotowego ślimaka następuje natychmiastowa przebudowa struktury stapianego statycznie tworzywa na strukturę

typową dla fazy stapiania dynamicznego, w której przekroju można wyróżnić trzy obszary, tzn. obszar tworzywa stałego, obszar cyrkulującego stopionego tworzywa oraz warstwę stapiania (por. rys. 1).

### PROFIL ZŁOŻA STAŁEGO

Jak już wspomniano, uplastycznianie tworzywa podczas wtryskiwania cechuje – w przeciwieństwie do procesu wytłaczania – brak równowagi dynamicznej. Istnieje natomiast stan „kwazirównowagi”, ponieważ profil złoża stałego, mimo iż ewoluuje w toku pojedynczego cyklu wtryskowego, jest taki sam w takich samych chwilach przebiegu różnych cykli. Ze względu na ścisłe sprzężenie pomiędzy fazami stapiania statycznego i dynamicznego, profil złoża stałego po stapianiu statycznym  $A_f(l)$  stanowi stan wyjściowy dla etapu stapiania dynamicznego, którego stan końcowy  $A_f(l)$  jest z kolei stanem wyjściowym dla etapu stapiania statycznego. „Kwazirównowagowe” wartości  $A_f(l)$  i  $A_i(l)$  można obliczyć z równań (18) i (23) stosując odpowiednie procedury iteracyjne, które omówiono poniżej. W tym celu należy ustalić położenie początku strefy stapiania dynamicznego  $l_s$  liczone od początku ślimaka. Położenie  $l_s$  określono z warunku, aby grubość warstwy stopionego tworzywa po okresie statycznego stapiania przekroczyła wartość krytyczną  $\delta_w$ , gdyż jedynie wtedy tworzywo w kanale „rozdziela się” na obszar stopionego tworzywa i złoża stałego.

Uwzględniając ten fakt, iteracyjne obliczenia „kwazirównowagowych” wartości  $A_i(l)$  i  $A_f(l)$  wykonuje się w następujący sposób: jako pierwsze przybliżenie funkcji  $A_f(l)$  przyjmuje się profil dla ustalonego wytłaczania  $A_c(l)$  (teoretycznie biorąc, można jednak przyjąć dowolny profil) obliczając z równania (23) odpowiednie przybliżone wartości  $A_i(l)$ , które wykorzystuje się następnie do obliczenia  $A_f(l)$  z modelu wytłaczania dynamicznego opisanego zależnością (18), a te z kolei ponownie podstawia się do wzoru (23).

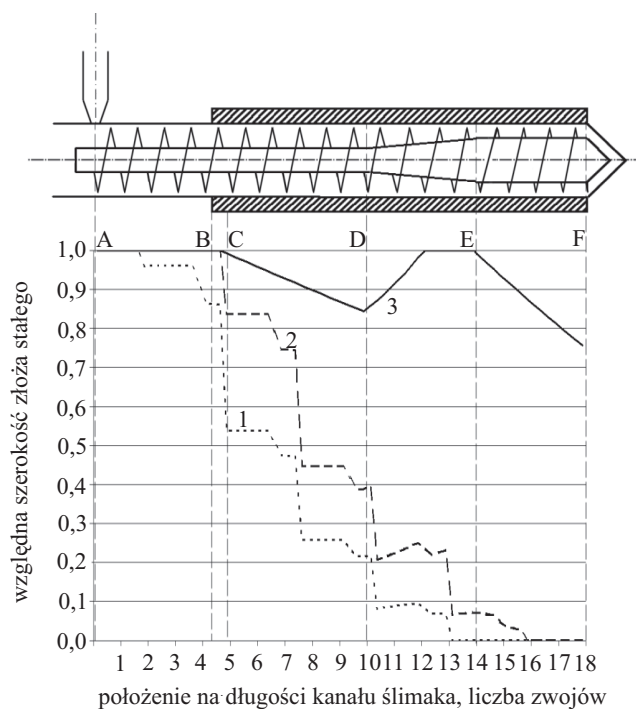
Opisany proces iteracji kontynuuje się do chwili, gdy wartości  $A_i(l)$  i  $A_f(l)$  ustalą się. Można wykazać, że następuje to po czasie nie krótszym, niż czas przejścia pierwszej warstwy tworzywa przez całą długość ślimaka, tzn. po  $N_i$  cyklach iteracji, przy czym wartość  $N_i$  opisana jest wzorem:

$$N_i \geq \frac{l_c - l_s}{l_u} + 1 \quad (24)$$

gdzie:  $l_c$  – całkowita długość ślimaka,  $l_u$  określa wzór (19).

Zmieniając w wyrażeniu (18) wartość  $l_u$  od zera do wartości wynikającej ze wzoru (19) można też prześledzić zmiany profilu złoża stałego zachodzące podczas obrotów ślimaka, tzn. w przedziale czasu od zera do  $t_r$ .

Mimo iż bardziej szczegółowe wyniki symulacji będą przedmiotem dalszych artykułów, na rys. 2 przedstawiono dla ilustracji typowe „kwazirównowagowe” profile względnej szerokości złoża stałego charakterystyczne dla końca etapów stapiania statycznego i dynamicznego w porównaniu z profilem charakterystycznym dla wy-



Rys. 2. Przykład zależności względnej szerokości złoża stałego  $X/W$  od położenia na długości kanału ślimaka  $l$ : krzywa 1 – chwila rozpoczęcia rotacji ślimaka (początek stapiania dynamicznego), krzywa 2 – chwila zakończenia rotacji ślimaka (początek stapiania statycznego), krzywa 3 – uplastycznianie w procesie wytłaczania (stała rotacja ślimaka); symbole A, B, C oznaczają, odpowiednio, położenia początku dynamicznych stref transportu tworzywa stałego, uplastyczniania wstępnego i uplastyczniania właściwego, natomiast D, E, F – odpowiednio, położenia końca geometrycznych stref zasilania, sprężania i dozowania

Fig. 2. Hypothetical relationship between the relative solid bed profile  $X/W$  and its position in the screw channel length  $l$ . Curve 1 – the start of screw rotation (start of dynamic melting), curve 2 – the end of screw rotation (start of static melting), curve 3 – the plasticization process during extrusion at constant screw rotation; the symbols A, B and C illustrate, respectively, the beginning of the solid bed transport, transient and plasticization dynamic zones, while D, E and F stand for the end of the feed, compression and metering geometrical zones, respectively.

tlaczania ustalonego prowadzonego w takich samych warunkach. Jak widać, obecność w procesie wtryskiwania etapu stapiania statycznego powoduje, że stopień zapełnienia kanału ślimaka stałym tworzywem po etapie stapiania dynamicznego jest tu znacznie mniejszy niż w przypadku wytłaczania zachodzącego w takich samych warunkach pracy ślimaka (krzywa 3) i dlatego ślimaki wtryskowe są zwykle znacznie krótsze niż ślimaki w wytłaczarkach. Oba charakterystyczne profile złoża stałego podczas wtryskiwania zbliżają się do profilu charakterystycznego dla wytłaczania ustalonego w przypadku przedłużenia czasu rotacji  $t_r$  bądź skrócenia czasów stapiania statycznego  $t_w$  i  $t_d$ .

## PODSUMOWANIE

Z przedstawionej analizy mechanizmu uplastycznienia tworzywa podczas wtryskiwania — zakładającej istnienie ściśle sprzężonych faz stapiania statycznego i dynamicznego — wynika, że wykorzystanie teorii wytłaczania nieustalonego do opisu stapiania dynamicznego wraz z przyjęciem zmodyfikowanego empirycznie problemu Neumana do opisu stapiania statycznego może stanowić efektywny sposób interpretacji przebiegu uplastycznienia w zastosowaniu do trójstrefowego ślimaka wtryskowego wykonującego dodatkowo ruch postępowo-zwrotny. Ilościowe ustalenie zmian profilu złoza stałego w toku cyklu wtryskowego wymaga jednak zastosowania metod iteracyjnych związanych z komputerową symulacją procesu uplastycznienia. Znajomość rozkładu względnej szerokości złoza stałego w kanale ślimaka na różnych etapach cyklu (zwłaszcza po fazie stapiania dynamicznego) jest niezbędna do wyznaczenia najbardziej istotnych charakterystyk procesu, takich jak np. wydajność uplastycznienia, rozkład ciśnienia oraz temperatury fazy stopionej, pobór mocy lub moment obrotowy ślimaka. Różnorodne problemy związane z obliczaniem takich charakterystyk będą przedmiotem kolejnych artykułów.

## LITERATURA

1. Steller R., Iwko J.: *Polimery* 2008, **53**, 836.
2. Tadmor Z., Klein I.: „Engineering Principles of Plasticating Extrusion”, Wiley, New York 1970.
3. Wilczyński K.: „Teoria wytłaczania jednoślímakowego tworzyw wielkocząsteczkowych”, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1989.
4. Tadmor Z.: *Pol. Eng. Sci.* 1974, **14**, 112.
5. Donovan R. C.: *Pol. Eng. Sci.* 1971, **11**, 361.
6. Lipshitz S. D., Lavie R., Tadmor Z.: *Pol. Eng. Sci.* 1974, **14**, 553.
7. Eckert E. R. G., Drake R. M.: „Heat and Mass Transfer”, McGraw-Hill Book Co., New York 1959.
8. Zawadzky E., Karnis J.: *Rheol. Acta* 1986, **24**, 556.
9. Wilczynski K.: *Polimery* 1986, **31**, 264.
10. Agur E. E., Vlachopoulos J.: *Pol. Eng. Sci.* 1982, **22**, 1084.
11. Torner R. W.: „Teoretičeskije osnovy pererabotki polimerov”, wyd. Chimija, Moskwa 1977.
12. Rao N.: „Computer Aided Design of Plasticating Screws”, Hanser Verlag, Munich 1986.
13. Basow N. I., Kazankow Yu. W.: „Litjevoe formowanie polimerov”, wyd. Chimija, Moskwa 1984.
14. Steller R., Iwko J.: *Int. Pol. Proc.* 2008, **XXIII**, 252.

Otrzymano 27 XI 2009 r.